

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta stavební

Katedra stavební mechaniky



Nelineární analýza

betonových a železobetonových konstrukcí

Nonlinear analysis of reinforced concrete structures

Student:

Bc. Jan Kubošek

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Bc. Oldřich Sucharda, Ph.D.

Ostrava 2015

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Jan Kubošek**
Studijní program: N3607 Stavební inženýrství
Studijní obor: 3607T037 Konstrukce staveb
Téma: **Nelineární analýza betonových a železobetonových konstrukcí**
Nonlinear analysis of reinforced concrete structures
Jazyk vypracování: čeština

Zásady pro vypracování:

Zpracujte diplomovou práci na téma nelineární analýza betonových a železobetonových konstrukcí, která bude zahrnovat statickou analýzu typických nosných konstrukcí s využitím vhodného konstitutivního modelu betonu pomocí softwaru ATENA. Vybrané analýzy proveďte na dostupných experimentech. Pro vybraný typ úlohy zpracujte výpočetní algoritmus určený pro automatizaci výpočtu a posudku betonových konstrukcí, který bude zohledňovat různé pevnosti betonu v tlaku a tahu.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] BAZANT, Z., P., CEDOLIN, L. Fracture Mechanics of Reinforced Concrete. Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, 1980. Vol. 106, No. EM6, pp. 1287-1306.
- [2] CEB - FIP Model Code 1990: Design Code. by Comité Euro-International du Béton
- [3] ČERVENKA, J., PAPANIKOLAOU, V., K. Three dimensional combined fracture – plastic material model for concrete. Int. J. Plasticity. 2008, 24, 12, pp. 2192–2220, ISSN 0749-6419.
- [4] EN 1992-1-1: Design of Concrete Structures, Part 1: General rules and rules for buildings. Brussels: CEN, 12.2004. 225 s.
- [5] CHEN, W., F. Plasticity in Reinforced Concrete. New York: J. Ross Publishing Classics, 2007. ISBN 978-1932159745 (ISBN-10 1932159746).
- [6] KOLÁŘ V., KRATOCHVÍL J., LEITNER F., ŽENÍŠEK A. Výpočet plošných a prostorových konstrukcí metodou konečných prvků, Praha: SNTL, 1979.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Bc. Oldřich Sucharda, Ph.D.**

Datum zadání: 27.02.2015

Datum odevzdání: 30.11.2015

doc. Ing. Martin Krejsa, Ph.D.
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Čajka, CSc.
děkan fakulty

Prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě

.....

Podpis studenta

Prohlašuji, že

- byl jsem seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě

.....

Podpis studenta

Anotace

Práce se zabývá nelineární analýzou železobetonových konstrukcí s využitím metody konečných prvků. Vybrané numerické metody pro analýzu jsou implementovány v programu Matlab. Vytvořená aplikace slouží k posouzení výztuže železobetonových nosných stěn při dodržení normových postupů. Dále se práce zaměřuje na modelování a analýzu železobetonových konstrukcí v programu Atena. Analýzy jsou provedeny na dostupných experimentech, které jsou převzaty z odborných časopisů a provedených zkoušek v Laboratoři stavebních hmot VŠB-TU Ostrava. Mezi vybranými konstrukcemi jsou zastoupeny typické nosné konstrukce: nosníky, deska a stěna. Cílem analýz je zejména ověření možností jejich modelování, zhodnocení vhodnosti vstupních parametrů pro beton a stanovení doporučení k nelineární analýze betonových konstrukcí.

Klíčová slova

Metoda konečných prvků, deska, stěna, nosník, beton, železobeton, nelineární analýza, plasticita.

Počet stran: 67

Annotation

The work is focused on the nonlinear analysis of reinforced concrete structures using the finite element method. Numerical methods for analysis are implemented in Matlab. The application is used to assess the reinforcement of reinforced concrete walls according to standards. The thesis focuses on modelling and analysis of reinforced concrete structures in the program Atena VŠB-TU Ostrava. Analyses are performed on an available experiments, which are taken from journals and tests carried out in the Laboratory of building materials. Between selected structures are represented by typical bearing structures: beams, slab and wall. The aim of the analysis is to verify the possibility of their modelling, evaluation of the suitability of input parameters for concrete and making recommendations to the nonlinear analysis of concrete structures.

Keywords

Finite elements method, plates, wall, beam, concrete, reinforced concrete, nonlinear analysis, plasticity.

Number of pages: 67

Obsah

1	Úvod	1
2	Návrh a analýza betonových konstrukcí.....	2
2.1	Návrh betonových konstrukcí.....	2
2.2	Analýza betonových konstrukcí.....	2
2.3	Metoda konečných prvků.....	4
2.4	Betonové konstrukce.....	5
2.4.1	Beton.....	5
2.4.2	Betonářská výztuž.....	6
3	Konstitutivní modely betonu a výztuže.....	9
3.1	Fracture-plastic model betonu	9
3.2	Matice tuhosti betonu.....	9
3.3	Podmínky porušení betonu	11
3.3.1	Chen-chenova podmínka porušení.....	11
3.3.2	Podmínka porušení Model Code 1990.....	11
3.3.3	Modifikovaná von Misesova podmínka porušení pro beton	12
3.4	Modely výztuže.....	13
4	Návrh výztuže železobetonové stěny	14
4.1	Nosné stěny.....	14
4.2	Napětí v nosné stěně	14
4.3	Návrh výztuže stěny.....	14
4.3.1	Prostě uložená jednopodlažní stěna	14
4.3.2	Návrh výztuže nosné stěny při obecném stavu napjatosti	15
5	Aplikace pro návrh a posudek výztuže stěny	17
5.1	Popis vstupního souboru.....	17
5.2	Příklad návrhu a posouzení výztuže nosné stěny.....	18
5.3	Příklad nelineární analýzy nosníku J4	21
6	Numerické příklady experimentů.....	24
6.1	Vstupní údaje betonu	24
6.2	Nosník J4	25
6.2.1	Popis experimentu.....	25
6.2.2	Popis modelu.....	26
6.2.3	Výpočet.....	26
6.2.4	Výsledky	27
6.3	Prostě uložená stěna.....	31
6.3.1	Popis experimentu.....	31
6.3.2	Popis modelu.....	32
6.3.3	Výpočet.....	32

6.3.4	Výsledky	33
6.4	Spojité deska	36
6.4.1	Popis experimentu.....	36
6.4.2	Popis modelu.....	37
6.4.3	Výpočet.....	38
6.4.4	Výsledky	38
6.5	Železobetonové nosníky	42
6.5.1	Popis experimentu.....	42
6.5.2	Popis modelu.....	42
6.5.3	Výsledky	45
6.5.4	Varianty vstupních veličin betonu	52
6.6	Vylehčené nosníky.....	60
6.6.1	Popis experimentu.....	60
6.6.2	Popis modelu.....	62
6.6.3	Výsledky	62
7	Závěr.....	66

Seznam obrázků

Obr. 2.1 Pracovní diagramy - a) betonářská výztuž b) ideálně pružnoplastický c) ideálně pružnoplastický s lineárním zpevněním d) multilineární [27]	7
Obr. 3.1 Plochy plasticity a porušení v prostoru pro konstruktivní model fracture – plastic material [13]	9
Obr. 3.2 Srovnání podmínek plasticity pro beton [28]	12
Obr. 3.3 Diskrétní model výztuže [27]	13
Obr. 5.1 Zadání stěny	18
Obr. 5.2 Normálová napětí a smykové napětí	19
Obr. 5.3 Minimální plochy výztuže v obou směrech	19
Obr. 5.4 Schéma navržené výztuže	20
Obr. 5.5 Trhliny a hlavní napětí σ_I při zatížení 50 kN/m	20
Obr. 5.6 Schéma nosníku	21
Obr. 5.7 Výsledné zatěžovací diagramy z výpočtu a experimentu	22
Obr. 5.8 Hodnoty hlavního napětí σ_I před vznikem trhlin (29. krok; 58 kN)	22
Obr. 5.9 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (30. krok; 60 kN)	22
Obr. 5.10 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (40. krok; 80 kN)	22
Obr. 5.11 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (52. krok; 104 kN)	23
Obr. 5.12 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (65. krok; 130 kN)	23
Obr. 5.13 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (79. krok; 158 kN)	23
Obr. 6.1 Schéma experimentu	25
Obr. 6.2 Pohled na model nosníku se zobrazenou sítí konečných prvků	26
Obr. 6.3 Zatěžovací diagramy pro jednotlivé varianty dle vlastností betonu	27
Obr. 6.4 Zatěžovací diagramy pro jednotlivé varianty dle velikosti přírůstků zatížení ..	28
Obr. 6.5 Napětí σ_x a trhliny na konstrukci bezprostředně před a po vzniku trhlin pro deformační zatížení (dle exp.)	29
Obr. 6.6 Napětí σ_x a trhliny na konstrukci při maximálním zatížení a následném kolapsu pro deformační zatížení (dle exp.)	30
Obr. 6.7 Napětí σ_x a trhliny na konstrukci při maximálním zatížení pro deformační zatížení (MC2010)	30
Obr. 6.8 Napětí σ_x ve výztuži při maximálním zatížení (MC2010)	30
Obr. 6.9 Schéma experimentu [26]	31
Obr. 6.10 Pohled na model stěny se zobrazenou sítí konečných prvků	32
Obr. 6.11 Zatěžovací diagramy pro jednotlivé varianty vlastností betonu při deformační zatížení	33
Obr. 6.12 Zatěžovací diagramy pro jednotlivé varianty dle způsobu zatěžování	34
Obr. 6.13 Trhliny na konstrukci při silovém zatížení. Vlevo jsou vykresleny trhliny při maximální únosnosti, vpravo trhliny pro následný krok	35

Obr. 6.14 Napětí σ_x a trhliny na konstrukci při deformačním zatížení pro vybrané zatěžovací kroky	35
Obr. 6.15 Průběh zkoušky [22]	36
Obr. 6.16 Schéma experimentu a výztuže [29]	37
Obr. 6.17 Model desky se zobrazenými konečnými prvky	38
Obr. 6.18 Srovnání zatěžovacích diagramů pro jednotlivé varianty vlastností betonu ..	39
Obr. 6.19 Šířka trhlin na horním a dolním povrchu při maximálním zatížení pro model AT	40
Obr. 6.20 Napětí ve výztuži u horního povrchu v kroku před kolapsem konstrukce pro variantu AT	41
Obr. 6.21 Napětí ve výztuži u dolního povrchu v kroku před kolapsem konstrukce pro variantu AT	41
Obr. 6.22 Průřezy a vyztužení jednotlivých nosníků [30]	43
Obr. 6.23 Schéma uložení a vyztužení jednotlivých nosníků [30]	43
Obr. 6.24 Zatěžovací diagramy pro série OA a A (na svislé ose: Zatížení [kN]; na vodorovné ose: svislý průhyb uprostřed nosníku [mm])	47
Obr. 6.25 Výsledné zatěžovací diagramy pro série B a C (na svislé ose: zatížení [kN]; na vodorovné ose: svislý průhyb uprostřed nosníku [mm])	48
Obr. 6.26 Vykreslení trhlin při maximálním zatížení pro sérii nosníků OA	49
Obr. 6.27 Vykreslení trhlin při maximálním zatížení pro sérii nosníků A	50
Obr. 6.28 Vykreslení napětí ve výztuži v okamžiku před kolapsem nosníku A1	50
Obr. 6.29 Vykreslení trhlin při maximálním zatížení pro sérii nosníků B	51
Obr. 6.30 Vykreslení napětí ve výztuži v okamžiku před kolapsem nosníku B3	51
Obr. 6.31 Vykreslení trhlin při maximálním zatížení pro sérii nosníků C	52
Obr. 6.32 Výsledné LD diagramy pro nosník OA1	53
Obr. 6.33 Výsledné LD diagramy pro nosník OA2	54
Obr. 6.34 Výsledné LD diagramy pro nosník OA3	54
Obr. 6.35 Výsledné LD diagramy pro nosník A1	55
Obr. 6.36 Výsledné LD diagramy pro nosník A3	55
Obr. 6.37 Výsledné LD diagramy pro nosník B1	56
Obr. 6.38 Výsledné LD diagramy pro nosník B2	56
Obr. 6.39 Výsledné LD diagramy pro nosník B3	57
Obr. 6.40 Výsledné LD diagramy pro nosník C1	57
Obr. 6.41 Výsledné LD diagramy pro nosník C2	58
Obr. 6.42 Výsledné LD diagramy pro nosník C3	58
Obr. 6.43 Fotografie z laboratorní zkoušky	60
Obr. 6.44 Průřezy nosníků	61
Obr. 6.45 Schéma průběhu zkoušky	61
Obr. 6.46 Síť konečných prvků nosníku H2	62

Obr. 6.47 Zatěžovací diagramy nosníků H1, výpočet pro střední hodnoty	63
Obr. 6.48 Zatěžovací diagramy nosníků H1, výpočet pro charakteristické hodnoty.....	64
Obr. 6.49 Zatěžovací diagramy nosníků H2, výpočet pro střední hodnoty	64
Obr. 6.50 Zatěžovací diagramy nosníků H2, výpočet pro charakteristické hodnoty.....	64
Obr. 6.51 Vykreslení trhlin na nosníku H1 při 43. kroku výpočtu	65
Obr. 6.52 Fotografie vzniklé trhliny na nosníku H1	65

Seznam tabulek

Tab. 4.1 Podmínky pro zařazení stěn	14
Tab. 5.1 Porovnání dosažených výsledků z výpočtu s experimentem.....	21
Tab. 6.1 Vztahy pro výpočet vlastností betonu	24
Tab. 6.2 Vlastnosti benou pro výpočty	25
Tab. 6.3 Srovnání výsledků pro jednotlivé varianty výpočtu dle vlastností betonu	27
Tab. 6.4 Výsledné maximální únosnosti.....	29
Tab. 6.5 Vlastnosti benou pro jednotlivé varianty výpočtu	32
Tab. 6.6 Srovnání výsledků pro jednotlivé varianty výpočtu dle materiálových vlastností	34
Tab. 6.7 Porovnání vypočtených výsledných hodnot s experimentem dle typu zatížení	34
Tab. 6.8 Vlastnosti benou pro výpočet	37
Tab. 6.9 Výsledné maximální únosnosti pro jednotlivé varianty výpočtu dle materiálových vlastností	39
Tab. 6.10 Rozměry nosníků.....	44
Tab. 6.11 Vyztužení nosníků	44
Tab. 6.12 Charakteristiky betonu pro nosníky.....	45
Tab. 6.13 Charakteristiky výztužných prutů.....	45
Tab. 6.14 Porovnání vypočtených výsledných hodnot s experimenty Vecchio a Shim.	46
Tab. 6.15 Porovnání vypočtených výsledných hodnot s experimenty Bresler-Scordelis	46
Tab. 6.16 Vlastnosti betonu pro jednotlivé varianty.....	53
Tab. 6.17 Výsledné únosnosti včetně srovnání, pro jednotlivé varianty vstupních veličin	59
Tab. 6.18 Vlastnosti benou pro výpočty	61
Tab. 6.19 Výsledné únosnosti včetně srovnání, pro nosník H1.....	63
Tab. 6.20 Výsledné únosnosti včetně srovnání, pro nosník H2.....	63

Seznam použitých zkratk a symbolů

u, v	vodorovné posuny průřezu ve směrech os x a y [m]
w	svislý posun průřezu ve směru osy z [m]
φ_x, φ_y	pootočení průřezu okolo os x a y [rad]
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	poměrné délkové deformace ve směrech os x a y [-]
γ_{xy}	poměrné smykové deformace (zkosení) [-]
E	modul pružnosti [$\text{Nm}^{-2} = \text{Pa}$]
ν	Poissonův součinitel příčného přetvoření [-]
σ_x, σ_y	normálová napětí ve směrech os x a y [$\text{Nm}^{-2} = \text{Pa}$]
τ_{xy}	smykové napětí působící v rovině rovnoběžné s osami x a y [$\text{Nm}^{-2} = \text{Pa}$]
D	matice tuhost materiálu [Nm]
h	tloušťka stěny [m]
a_i, \mathbf{a}	neznámé konstanty a vektor neznámých konstant
ψ_i, \mathbf{U}	aproximační funkce a matice aproximačních (zvolených) funkcí
Π, Π_i, Π_e	potenciální energie celková, vnitřní a vnější
\mathbf{K}, \mathbf{K}_e	matice tuhosti konstrukce a prvku
\mathbf{F}, \mathbf{F}_e	vektor vnějších sil (zatěžovací vektor) konstrukce a prvku
\mathbf{r}, \mathbf{r}_e	vektor deformací konstrukce a prvku
$\boldsymbol{\varepsilon}$	vektorový zápis poměrných deformací
σ_1, σ_2	složky hlavních napětí [$\text{Nm}^{-2} = \text{Pa}$]
f_c, f_{cu}	válcová a krychelná pevnost betonu v tlaku [$\text{Nm}^{-2} = \text{Pa}$]
f_t	pevnost betonu v tahu [$\text{Nm}^{-2} = \text{Pa}$]
β	koeficient redukce smykové tuhosti
ϵ_1	poměrné prodloužení prvku ve směru kolmém na trhlinu
ϵ_0	maximální hodnota poměrného prodloužení

1 Úvod

Beton patří k tradičním stavebním materiálům. Má vhodné mechanické a fyzikální vlastnosti, zejména pak pevnost v tlaku, akumulární schopnost tepla a řady dalších. Jeho hlavní uplatnění je především v nosných soustavách konstrukcí. Jsou to především překlady, desky, sloupy, skořepinové konstrukce a základové konstrukce. V těchto případech se beton kombinuje s betonářskou výztuží, protože pevnost betonu v tahu je relativně nízká. S ohledem na současné možnosti použití betonu a rozsáhlého materiálového výzkumu i ve zpracování betonu se beton uplatňuje také u návrhu pokročilých a moderních konstrukcí. K moderním formám využití betonu patří zejména drátkobeton, vysokopevnostní a vysokohodnotné betony atd. S rozvojem použití betonu souvisí také návrh a analýza betonových konstrukcí. Ta je čím dál tím více spojena s výpočetní technikou a využitím moderních numerických metod pro modelování a simulování chování betonových konstrukcí. Základní postupy a pravidla v současné době uvádí EC2 [15]. Tato norma je harmonizovaná v rámci Evropské unie. Norma vznikla především na základě doporučení organizace CEB-FIB (*International Federation for Structural Concrete*), která sdružuje výzkumné organizace, výrobce betonu a odborníky. Konkrétně se jedná o doporučení CEB-FIB 1990 [8]. V současné době je již však vydáno doporučení CEB-FIB 2010 [7]. S rozvojem znalostí o betonu a betonových konstrukcích se stále více klade důraz při návrhu a analýze na zachycení reálného chování konstrukcí. Toto je spojeno s využitím výpočetní techniky a moderních metod analýzy stavebních konstrukcí.

Obsahovou náplní a zaměřením této práce je zpracování vybraných nelineárních analýz betonových konstrukcí s využitím pokročilých výpočetních modelů a vybraného konstruktivního modelů betonu. Vybrané betonové konstrukce jsou typické nosné prvky. Jedná se o nosník, stěnu a desku. Cílem analýz je zejména ověření možností jejich modelování, zhodnocení vhodnosti vstupních parametrů pro vybraný konstruktivní model betonu a stanovení doporučení k nelineární analýze betonových konstrukcí. K vybrané úloze je zpracován výpočetní algoritmus umožňující automatizaci návrhu a analýzy.

2 Návrh a analýza betonových konstrukcí

2.1 Návrh betonových konstrukcí

Navrhování a posuzování betonových konstrukcí řeší soubor evropských norem ČSN EN 1992: Navrhování betonových konstrukcí [15], který vznikl na základě doporučení Model Code 1990 [8]. Norma pro navrhování betonových konstrukcí blíže specifikuje návrhové postupy pro návrh a posudek konstrukcí. Jednou z možných variant, která norma umožňuje je nelineární analýza betonových konstrukcí. V těchto případech je však nutné zohlednit do výpočtu vliv nejistot, mezi které patří materiálové vlastnosti, zatížení a výstižnost modelu. Další důležitým souborem norem pro návrh betonových konstrukcí je ČSN EN 1991: Zatížení konstrukcí [14]. Jednotlivé soubory norem se dále dělí na dílčí podoblasti.

Základním principem všech Eurokódů je, že navržené konstrukce musí splňovat kritéria bezpečnosti, hospodárnosti a trvanlivosti. Prakticky to znamená, že maximální účinky E působící na konstrukci nesmí být vyšší, než je minimální odpor konstrukce R (2.1). U návrhu se také využívá dílčích součinitelů. Mezi tyto součinitele patří např. materiálové součinitele, součinitele zatížení a kombinační a redukční součinitele pro zatížení.

$$E \leq R \quad (2.1)$$

Konstrukce jsou navrhovány na mezní stavy. Mezní stav nastane právě tehdy, je-li v konstrukci dosaženo limitní hodnoty odporu. Podle sledované limitní hodnoty lze mezní stavy typicky rozdělit na mezní stav únosnosti a mezní stav použitelnosti.

Mezní stav únosnosti souvisí s pevností, stabilitou a únavovým porušením vždy s ohledem na bezpečnost osob a kolaps konstrukce. Naproti tomu mezní stav použitelnosti hodnotí konstrukci z hlediska běžného používání a vzhledu.

Zatížení konstrukcí [14] se dělí dle délky trvání na zatížení stálá, nahodilá a mimořádná. Z dílčích zatížení se tvoří zatěžovací stavy, které spolu s kombinačními součiniteli tvoří jednotlivé kombinace zatížení – pro mezní stav použitelnosti a únosnosti.

2.2 Analýza betonových konstrukcí

Výpočetní technika postupem času ovlivnila veškeré oblasti lidské činnosti. Procesy analýzy stavebních konstrukcí zahrnující zejména výpočet deformací, přetvoření, vnitřních sil se tomuto procesu nevyhnuly, ale plně výpočetní techniku přijaly a ta se stala dnes již nenahraditelnou. S tímto souvisí neustálý vývoj matematických metod a modelů stavebních materiálů. S postupným vývojem výpočetní techniky, kdy

roste výpočetní výkon, roste také složitost řešených příkladů a s tím související použití pokročilých výpočetních a materiálových modelů. U analýzy stavebních konstrukcí jsou nahrazovány zjednodušující předpoklady výpočtu vedoucí k jednoduchým modelům za pokročilé a sofistikované modely využívající numerické metody, které dokáží dostupný výpočetní výkon současných počítačů plně využít.

Mezi typické metody využívající potenciálů výpočetního výkonu současných počítačů patří metoda konečných prvků, která našla uplatnění ve většině technických oborů. Metoda konečných prvků je určena k řešení diferenciálních rovnic, na kterou vede celá řada inženýrských úloh. Mezi další známé numerické metody, které se dobře algoritmizují, patří metoda sítí nebo metoda pásů. Metoda konečných prvků se prosadila především díky svému univerzálnímu použití, kdy lze obdobným výpočetním postupem analyzovat různé konstrukce, přičemž lze dobře vystihnout jak geometrický tvar, tak i fyzikální vlastnosti materiálů, okrajové podmínky i zatížení. Mezi typické použití patří právě modelování betonových konstrukcí a prvků [25]. Samotný princip metody je založen na rozdělení řešené oblasti na malé části, které se označují jako konečné prvky. Metoda se řadí mezi variační. Naopak problémem, při použití této metody, může být volba velikosti, tvaru a aproximační funkce konečného prvku, ale také časová náročnost výpočtů, která roste spolu s počtem konečných prvků.

Při analýze pomocí metody konečných prvků se uplatňují také další numerické metody. Jsou to například metody pro řešení lineárních a nelineárních soustav rovnic, numerickou integraci nebo tvorbu sítě [4] [5]. Na volbě vhodných numerických metod a řešičů závisí časová náročnost výpočtu. Dnes tvůrci komerčních softwarů pro analýzu stavebních konstrukcí využívají pokročilé řešiče, které se snaží využít výkon dnešní techniky na maximum.

Beton patří k materiálům se specifickými vlastnostmi v tahu a tlaku. Porušení betonu v tahu se projevuje vznikem trhlin a při porušení v tlaku dochází k drcení betonu. Rovněž platí, že beton se při vyšším zatížení vyznačuje značně nelineárním chováním. Proto vzniklo pro beton a železobeton mnoho konstitutivních modelů, které popisují toto nelineární chování.

Tyto modely lze v základu rozdělit na diskrétní a spojitě. Základním rozdílem těchto modelů je, že při nelineárním výpočtu dochází u diskrétních modelů ke geometrickým úpravám výpočetního modelu, naproti tomu při použití spojitěho modelu zůstává model celistvý. Pro modelování výztuže v betonu bylo v průběhu doby také vyvinuto několik možných přístupů [27]. Mezi základní patří model rozetřené výztuže, model vložené výztuže, případně diskrétní model výztuže. S ohledem na citlivost výpočtu a změnu geometrie sítě během výpočtu se prosadily pro modelování betonových

konstrukci spojitě modely betonu. Diskrétní modely betonu nachází spíše uplatnění při řešení specifickým modelů pro vybrané detaily.

V případě spojitých modelů je možné rozlišit modely betonu založené na pružnoplustické teorii [17], lomové mechanice [3] nebo kombinované modely. Velká výpočetní náročnost úloh dlouho omezovalo širší uplatnění nelineárního výpočtu s pokročilými modely betonu. Samotný rozvoj nelineárních výpočtů začíná v 60. letech 20. století. Jednalo se především o výpočty na prutových nebo rovinných modelech. Mezi známé patří například [9]. S rozvojem znalostí o betonu a růstem výpočetní výkonu počítačů byly formulovány konstitutivní modely betonu pro rovinné a prostorové úlohy. Mezi známé konstitutivní modely založené na lomové mechanice určené pro rovinné úlohy je model SBETA [11]. K nejznámějším patří například CONCRETE165 v programovém systému ANSYS [1] a nebo programový systém ATENA s konstitutivními modely betonu založenými na lomové mechanice nebo kombinovaných modelech betonu [12] a [13]. S ohledem na dostupné možnosti je tento výpočetní systém zvolen pro modelování vybraných betonových konstrukcí.

2.3 Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků [31, 20] je variační metoda a pro řešení stavebních konstrukcí se nejčastěji využívá její deformační varianta, při uplatnění Lagrangeova principu minima celkové potenciální energie (2.2). Kdy celková potenciální energie soustavy Π je rovna součtu vnitřní Π_i a vnější Π_e potenciální energie.

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_e = \min \quad (2.2)$$

Funkce deformace u konstrukce vznikne řešením úlohy (2.2). Řešení vznikne tehdy, pokud je hodnota funkcionálu Π nabývá extrému minima, platí tedy, že derivace funkcionálu Π musí být rovna nule (2.3). Jelikož, ale funkce u není možno určit přímo je nutno ji vhodně aproximovat (2.4) obvykle pomocí náhradních tvarových funkcí ψ_i a neznámých parametrů a_i .

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u} = 0 \quad (2.3)$$

$$u = \sum_{i=1}^n a_i \psi_i \quad (2.4)$$

Zvolené aproximační funkce musí splňovat okrajové podmínky na celé konstrukci, a proto je obtížné najít vhodnou funkci. Řešením problému s volbou vhodné aproximační funkce lze vyřešit rozdělením výpočetního modelu na malé oblasti, konečné prvky, pro

které lze vhodné funkce nalézt snáze. Pro praktické použití již existuje celá řada konečných prvků pro prutové, plošné i prostorové úlohy.

Základem řešení je pak vztah (2.5), ve kterém vystupuje matice tuhosti konstrukce K , vektor neznámých uzlových posunutí r a vektor uzlového zatížení F . Z uvedeného výrazu vyplývá, že cílem výpočtu je řešení soustavy lineárních rovnic. Z vypočtených deformací lze dopočítat další výsledky, mezi které např. patří normálová a smyková napětí v konstrukci.

$$K \cdot r = F \quad (2.5)$$

2.4 Betonové konstrukce

I přes rozmach nových konstrukčních materiálů, který probíhá v poslední době, patří betonové konstrukce k nejčastěji používaným nosným systémům. Toto místo si udržují především díky svému univerzálnímu použití a bohatým zkušenostem stavitelů a odborníků pracujících při návrhu a výrobě železobetonových konstrukcí.

Díky tomu, že je tvar výsledné konstrukce vytvořen bedněním, lze provádět konstrukce v různých tvarech a zakřiveních. To klade větší důraz na správný návrh výztuže a s tím související vhodné numerické modely. Každá betonová konstrukce je vždy složena z několika plošných nebo prutových stavebních prvků. Mezi prutové prvky patří překlady, sloupy, průvlaky a mezi plošné se zahrnují stěny a desky. Jednotlivé prvky jsou nejčastěji vyztužovány ocelovou betonářskou výztuží ukládanou do bednění.

Způsob provedení betonových konstrukcí lze rozdělit na monolitické, kdy je betonáž prováděna na místě výsledného umístění betonového prvku, a na prefabrikované konstrukce. Prvky prefabrikovaných konstrukcí jsou vybetonovány jinde než v místě výsledného umístění prvku, obvykle jsou vyrobeny v betonárně. Prefabrikované prvky jsou následně přepraveny na místo stavby a namontovány na své trvalé umístění. U prefabrikovaných prvků je nutno při návrhu uvažovat montážní zatěžovací stavy, které mohou značně ovlivnit výsledný návrh výztuže.

2.4.1 Beton

Beton vzniká smísením cementu, hrubého a drobného kameniva, vody, příměsí a přísad. Mezi základní výhody betonových konstrukcí patří volnost při tvorbě výsledného tvaru průřezu prvku, dále dobrá zpracovatelnost, vysoká pevnost v tlaku, trvanlivost, vysoká schopnost akumulace tepla a jeho nehořlavost. Kromě výhod přísluší betonu také nevýhody, jako např. vysoká objemová hmotnost, špatné tepelně a zvukově izolační schopnosti.

Při návrhu betonové konstrukce je důležitá volba vhodné pevnosti betonu v tlaku. Podle pevnosti v tlaku se dělí beton do tříd dle ČSN EN 206. Jednotlivé třídy obyčejného betonu se označují pomocí vzoru C XX/YY, kde XX označuje charakteristickou válcovou pevnost betonu v tlaku v MPa (f_{ck}) a YY označuje charakteristickou krychelnou pevnost betonu v tlaku v MPa ($f_{ck,cube}$). Beton dosahuje krychelné pevnosti v tlaku v rozmezí 5 až 115 MPa. Beton s krychelnou pevností nad 60 MPa se označuje jako vysokopevnostní.

Dále lze beton rozlišit podle objemové hmotnosti a to na beton lehký o objemové hmotnosti 800 až 2 000 kg/m³, obyčejný o objemové hmotnosti 2 000 až 2 600 kg/m³ a těžký s objemovou hmotností nad 2 600 kg/m³. Označení lehkých betonů je obdobné jako u obyčejného betonu pouze místo vzoru C XX/YY je použit vzor LC XX/YY. Nižší objemové hmotnosti lze dosáhnout např. použitím pórovitého kameniva.

2.4.2 Betonářská výztuž

Nízká pevnost betonu v tahu se musí buďto eliminovat, ale častěji je nutno konstrukce z tohoto důvodu vyztužit betonářskou výztuží, která přenesne vzniklé tahové síly. Důležité je spolehlivé spolupůsobení ocelové výztuže s betonem. Účinného spolupůsobení je dosaženo použitím žebírkové výztuže, vhodnou betonovou směsí a dostatečným zakotvením výztuže do betonu.

Výztuž do betonu se dělí na měkkou výztuž, která se používá pro vyztužení železobetonu, předpínací výztuž pro předpjatý beton, tuhé vložky a drátky do betonu jako rozptýlená výztuž pro výrobu drátkobetonu.

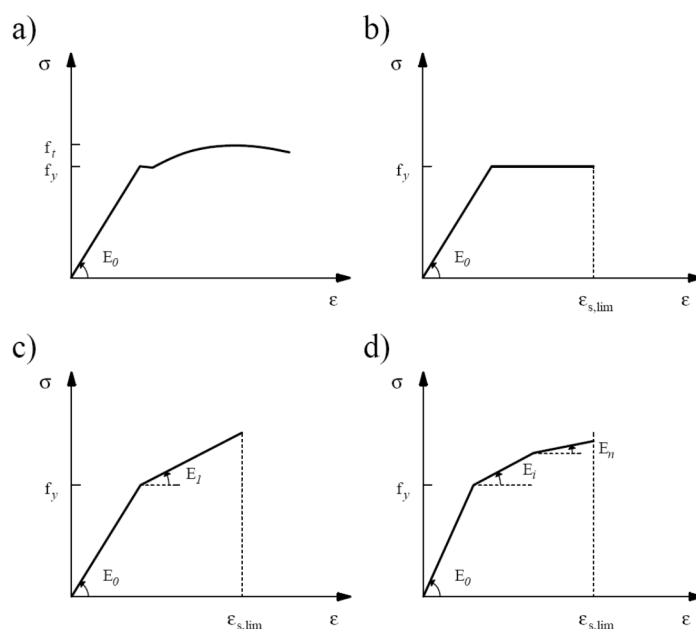
Označení betonářské výztuže musí být v souladu s ČSN EN 10027-1 a to ve tvaru B XXX Y, kde B je označení pro betonářskou výztuž, XXX mez kluzu oceli v MPa a Y je třída tažnosti oceli. Třídy tažnosti betonářské výztuže jsou tři: A normální, B vysoká a C velmi vysoká. Dle ČSN EN 10080 a ČSN 42 0139 jsou definovány výztuže: B420, B500 a B550, přičemž se nejčastěji využívá výztuž B500, která dosahuje hodnoty charakteristické meze kluzu oceli $f_{yk} = 500$ MPa.

Průměr vyráběných betonářských výztuží v ČR je od 4 do 32 mm. Do průměru 16 mm se výztuž vyrábí ve svitcích, větší průměry se dělají pouze jako tyče s limitovanou maximální délkou z přepravních důvodů. Místo samostatných prutů lze často využít svařované sítě, rohože nebo prostorovou výztuž. Sítě jsou sestaveny z žebírkových drátů obvykle o průměru 6 až 12 mm. Běžné vzdálenosti prutů jsou od 75 (100) mm do 200 mm. Sítě lze vybírat z katalogových rozměrů nebo je možno zakoupit sítě vytvořené dle konkrétních požadavků.

Krycí vrstva betonu slouží jako ochrana výztuže před její korozi. Tloušťka krycí vrstvy musí odpovídat provozu a okolnímu prostředí. Krytí se při betonáži zajišťuje distančníky nebo podložkami. Tloušťka krytí dále závisí na průměru výztuže, maximálním rozměru kameniva a zpracování betonové směsi.

Betonářskou výztuž železobetonových prvků obvykle tvoří dráty nebo tyče z betonářské oceli. Běžné je svařování výztuží do sítí. Výztuž může být také vytvořena pomocí běžných válcovaných ocelových profilů, které jsou spráženy s betonem. Tato výztuž se označuje jako tuhá.

Běžnou betonářskou výztuž lze uvažovat jako izotropní materiál s vysokou pevností. Oproti betonu má ocel stejnou pevnost v tahu i tlaku, běžně lze dosáhnout pevnosti v rozmezí 300 až 700 MPa. V počáteční fázi zatěžování vykazuje výztuž lineárně pružné chování jak je vidět v pracovních diagramech na obr. 2.1. To znamená, že v počáteční fázi je přírůstek poměrné deformace přímo úměrný vzniklému napětí ve výztuži a vznikají pouze pružné deformace. Tato oblast je ukončena mezí úměrnosti, dále již pracovní diagram vykazuje známky nelineárního chování. Dalším důležitým viditelným bodem na pracovním diagramu je mez kluzu, při jejímž překročení začíná materiál plastizovat a vznikají nevratné plastické deformace. K aproximaci skutečného průběhu pracovního diagramu se využívají diagramy lineárně pružný, ideálně pružnoplastický, ideálně pružnoplastický s lineárním zpevněním a multilineární diagram, viz obr. 2.1.



Obr. 2.1 Pracovní diagramy - a) betonářská výztuž b) ideálně pružnoplastický c) ideálně pružnoplastický s lineárním zpevněním d) multilineární [27]

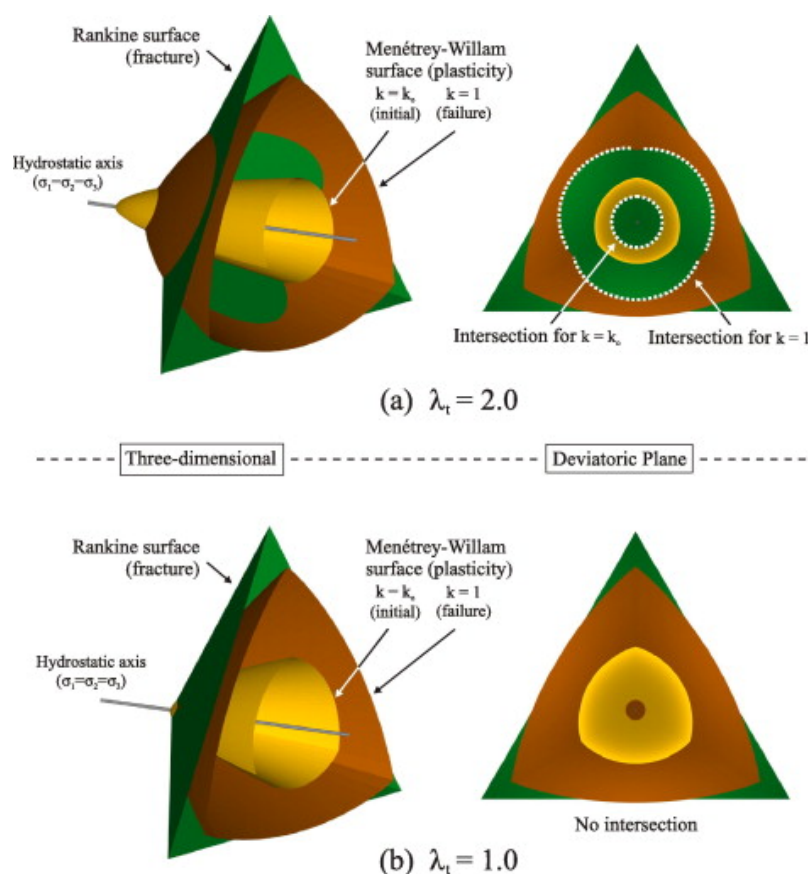
Pro jednoosý stav napjatosti se podmínka plasticity u pružnoplastického pracovního diagramu zjednoduší na vztah (2.6), kdy napětí v jednoosé napjatosti σ musí být menší nebo rovno mezi kluzu oceli f_y . Přitom je smluvně omezena poměrná deformace hodnotou $\epsilon_{s,\text{lim}}$.

$$\sigma \leq f_y \quad (2.6)$$

3 Konstitutivní modely betonu a výztuže

3.1 Fracture-plastic model betonu

Modelování a nelineární analýza betonových konstrukcí zahrnuje použití konstitutivních modelů betonu, které zohledňují skutečné chování betonu. Beton se tedy porušuje v tlaku drcením a v tahu dochází ke vzniku trhlin. K nelineárním analýzám zpracovaných výpočetním programem ATENA [10] se využívá konstitutivní model betonu kombinující plasticitu a lomovou mechaniku. Jeho základní odvození uvádí [12]. Konstitutivní model je založen na použití zákona Menetrey-Willam, modelu rozmazaných trhlin a lomové energie pro výpočet změkčení. Ukázkové zobrazení ploch vyhodnocení plasticity a porušení je zobrazeno na obr. 3.1.



Obr. 3.1 Plochy plasticity a porušení v prostoru pro konstruktivní model fracture – plastic material [13]

3.2 Matice tuhosti betonu

Pro vytvoření výpočetní program určený pro návrh a analýzu rovinných úloh je zvolen konstruktivní model betonu, kterým je možné rovněž modelovat trhliny a drcení betonu. Konkrétně je možné jeho chování popsat následovně. Pokud není beton porušen

trhlinami, považuje se za izotropní a pro rovinnou úlohu napjatosti se matice tuhosti materiálu zapiše (3.1). Podrobnosti k uvedenému [24] a [23].

$$\mathbf{D}_c = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1 - \nu) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Pokud v betonu vzniknou trhliny, není již beton schopen přenášet ve směru kolmém na trhlínu normálové napětí a v rovině trhliny částečně smykové napětí. Struktura betonu je porušena trhlínou a již nelze materiálové vlastnosti považovat za izotropní, ale je nutno použít matici tuhosti pro materiál porušený trhlinami (3.2). K zohlednění redukce smykové tuhosti slouží parametr β , který závisí na rozevření trhliny a lze jej určit ze vztahu (3.3). Kde ϵ_1 je poměrné prodloužení prvku ve směru kolmém na trhlínu a ϵ_0 je maximální hodnota poměrného prodloužení.

$$\mathbf{D}_t = E \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1 - \nu) \beta \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\beta = 0,5 \left(1 - \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} \right) \quad (3.3)$$

Protože je uvedená matice tuhosti \mathbf{D}_t definovaná v lokálním souřadném systému je nutno ji transformovat do globálního souřadného systému. K tomu slouží transformační vztah (3.4) spolu s transformačními maticemi (3.5).

$$\mathbf{D}_{cr} = \mathbf{T}_\sigma^{-1} \mathbf{D}_t \mathbf{T}_\epsilon \quad (3.4)$$

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin^2(\alpha) & 2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ \sin^2(\alpha) & \cos^2(\alpha) & -2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ -\cos(\alpha) \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \sin(\alpha) & \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{T}_\epsilon = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \sin^2(\alpha) & \cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ \sin^2(\alpha) & \cos^2(\alpha) & -\cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ -2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) & 2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) & \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \end{bmatrix}$$

V případě chování betonu v tlaku se předpokládá ideálně pružnoplastické chování. Při vyhodnocení porušení betonu v tlaku se matice tuhosti materiálů uvažuje nulová pro výpočet napětí. Z důvodů numerické stability se pro sestavování matice tuhosti konstrukce uvažuje nenulová, ale velice malá. Samotné vyhodnocení porušení betonu

v tlaku a tahu je nutné použít vhodnou podmínku definovanou nejčastěji pro hlavní napětí.

3.3 Podmínky porušení betonu

U podrobných analýz rovinných výpočetních modelů je možné vyhodnocovat poškození nebo plasticitu zvoleného materiálu. U úlohy rovinné napjatosti se podmínka definuje pro hlavní napětí. Mezi rozšířené podmínky pro beton patří Chen-Chenova a modifikovaná podmínka von Misesa. Další vhodná podmínka porušení pro beton je uvedena v doporučení Model Code 1990 [8].

3.3.1 Chen-chenova podmínka porušení

Jedná se o často používanou podmínku porušení betonu. Podmínka je definovaná pomocí dvou funkcí, přičemž použití dané funkce závisí na oblasti namáhání materiálu. První funkce (3.6) je definována pro oblast namáhání materiálu v oblasti tlak-tlak, musí tedy platit, že $\sigma_1 < 0$ a zároveň $\sigma_2 < 0$. Pro ostatní oblasti namáhání platí druhá funkce (3.7). Zobrazení Chen-Chenovy podmínky plasticity v rovině hlavních napětí je zobrazeno na obr. 3.2.

$$J_2 + \frac{A_{yc}}{3} \cdot I_1 - \tau_{yc}^2 = 0 \quad (3.6)$$

$$J_2 - \frac{1}{6} \cdot I_1^2 + \frac{A_{yt}}{3} \cdot I_1 - \tau_{yt}^2 = 0 \quad (3.7)$$

Výrazy A_{yc} , A_{yt} , τ_{yc}^2 a τ_{yt}^2 definují použitý materiál. K jejich určení je třeba určit mez pružnosti materiálu v jednoosém tlaku f_{yc} , ve dvojosém tlaku f_{ybc} a v jednoosém tahu f_{yt} [6]. Výrazy J_2 a I_1 jsou určeny pomocí hlavních napětí (3.8).

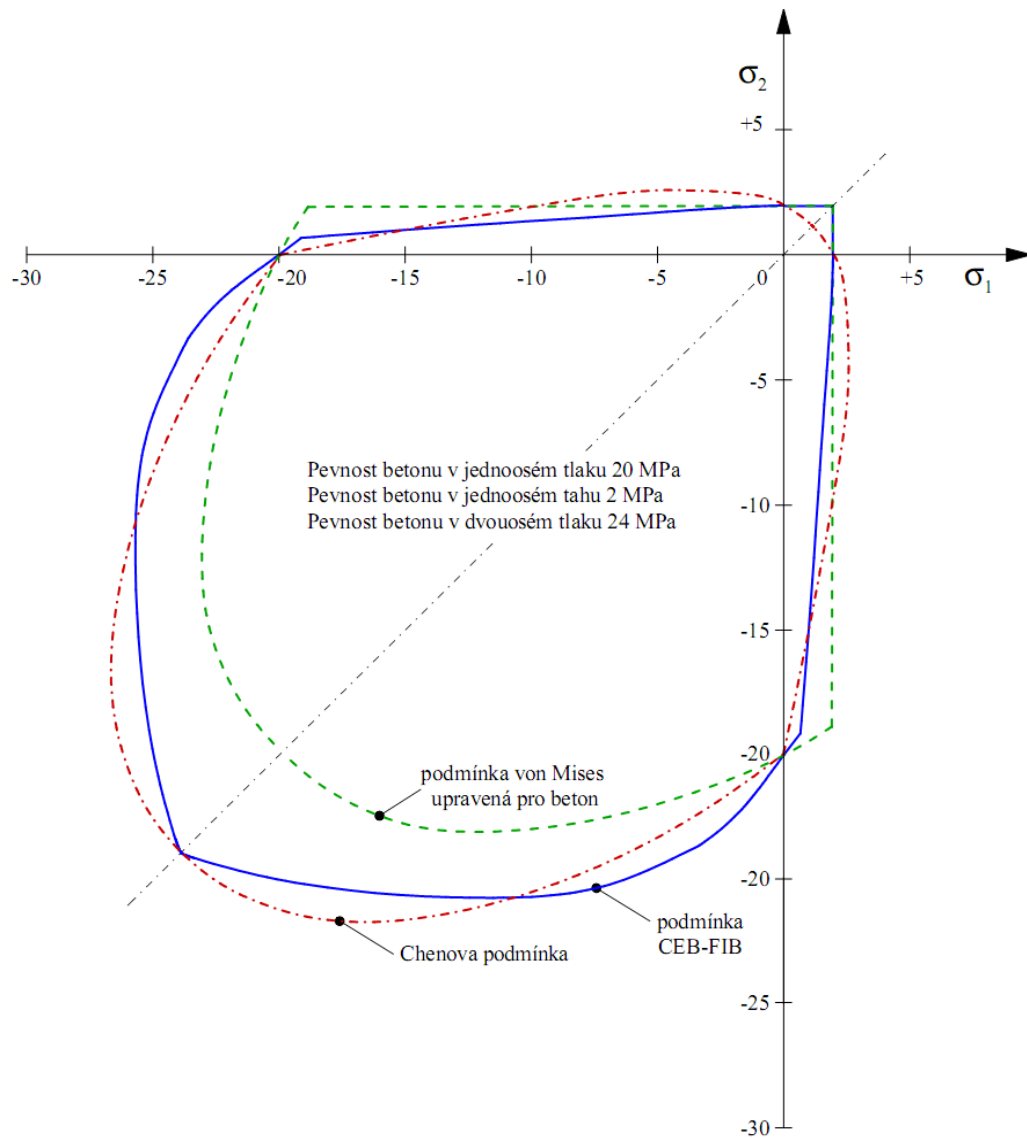
$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 \\ J_2 &= \frac{1}{2} \cdot (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.3.2 Podmínka porušení Model Code 1990

Na základě řady experimentů doporučuje CEB-FIP Model Code 1990 podmínku plasticity definovanou dle vztahů (3.9) [8]. Uvedené vztahy platí vždy pro vymezenou oblast rozsahu hlavního napětí σ_2 . Vstupními parametry vztahů jsou hlavní napětí (musí platit podmínka $\sigma_1 > \sigma_2$) a jednoosá pevnost betonu v tlaku f_{uc} a v tahu f_{ut} . Dále ve vztazích vystupuje pomocný součinitel α , který je definován jako poměr hlavních napětí (3.10). Oblast definovaná touto podmínkou plasticity je vykreslena na obr. 3.2 [28].

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \frac{1 + 3,8 \cdot \alpha}{(1 + \alpha)^2} \cdot f_{uc} & \text{pro} & \quad \sigma_2 < -0,96 \cdot f_{uc} \\ \sigma_1 &= \left(1 + 0,8 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{uc}} \right) \cdot f_{ut} & \text{pro} & \quad -0,96 \cdot f_{uc} \leq \sigma_2 < 0 \\ \sigma_1 &= f_{ut} & \text{pro} & \quad \sigma_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad (3.10)$$



Obr. 3.2 Srovnání podmínek plasticity pro beton [28]

3.3.3 Modifikovaná von Misesova podmínka porušení pro beton

Z důvodu nevhodnosti použití von Misesovy podmínky u betonových konstrukcí, byla tato podmínka modifikována, tak aby charakterizovala skutečné vlastnosti betonu. Tato podmínka se od běžné von Misesovy podmínky odlišuje použitím odlišné podmínky v oblastech tah-tah a tlak-tah, pro tyto oblasti je podmínka definována pomocí jednoosé pevnosti betonu v tahu f_{ut} (3.11). Pro oblast tlak-tlak je použita původní von Misesova

podmínka, kdy je za jednoosou pevnost materiálu je dosazena pevnost betonu v tlaku (3.12).

$$\sigma_1 - f_{ut} = 0 \quad \text{a zároveň} \quad \sigma_2 - f_{ut} = 0 \quad (3.11)$$

$$\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2^2} - f_{uc} = 0 \quad (3.12)$$

Modifikovaná von Misesova podmínka plasticity je vykreslena na obr. 3.2 [28], kde ji lze porovnat s ostatními podmínkami plasticity, které jsou také vhodné pro beton.

3.4 Modely výztuže

Mezi nejpoužívanější modely patří model rozetřené výztuže, model vložené výztuže a diskretní model výztuže. Podrobně o modelech výztuže seznamuje článek [27]. Ke zvolené výpočetní úloze byl vybrán model diskretní výztuže.

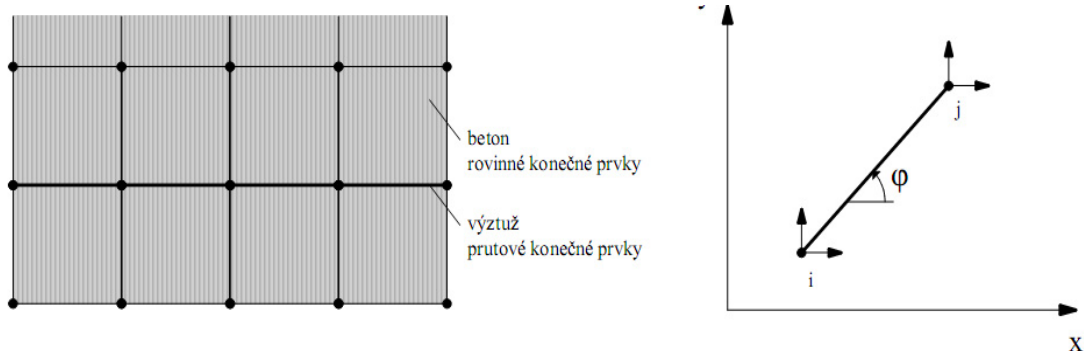
V tomto modelu vystupuje výztuž jako samostatný prutový konečný prvek, který je vložen do sítě plošných konečných prvků betonu. Prutový prvek výztuže má dva uzly a dva stupně volnosti v každém uzlu a jeho matice tuhosti je uvedena ve vztahu (3.13). K sestavení matice je potřeba znát modul pružnosti oceli E_s , průřezovou plochu prutu A , délku prutu L a sklon prutu φ .

$$\mathbf{K} = \frac{E_s A}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$c = \cos(\varphi)$$

$$s = \sin(\varphi)$$

Prut je umísťován na rozhraní mezi dva konečné prvky, což předpokládá vhodně upravenou síť konečných prvků, tak aby bylo možné na dané místo výztuž umístit, viz obr. 3.3. Proto je tento model vhodný zejména pro použití u hlavní nosné výztuže. Při použití spojovacích prvků lze modelovat vzájemný prokluz výztuže v betonu.



Obr. 3.3 Diskretní model výztuže [27]

4 Návrh výztuže železobetonové stěny

4.1 Nosné stěny

Pokud chceme konstrukci uvažovat, jako nosnou stěnu, musí splnit několik podmínek: střednicovou plochou musí být rovina a zatížení musí působit rovnoběžně s touto střednicovou rovinou, tloušťka stěny musí být podstatně menší než zbývající rozměry a také musí platit, že stěna musí být vysoká minimálně čtvrtinu délky stěny [15] a [16]. Stěny lze dle jejich výšky rozdělit do třech skupin: vysoký nosník, stěna a vysoká stěna. Zatřídění se provádí podle vzájemného poměru výšky stěny b k délce stěny a . Podmínky pro zatřídění stěn jsou uvedena v tab. 4.1.

Vysoký nosník	$b > \frac{1}{4} a$
Stěna	$b > \frac{1}{2} a$
Vysoká stěna	$b > 2a$

Tab. 4.1 Podmínky pro zatřídění stěn

4.2 Napětí v nosné stěně

Vnitřní síly na stěně se vyšetřují na střednicové ploše, ve které působí vnější zatížení. Vzniklá napětí jsou konstantní po tloušťce stěny. V každém bodě střednicové plochy jsou vyšetřována napětí: normálová napětí σ_x a σ_y , které působí ve dvou vzájemně kolmých směrech x a y , dále to jsou smyková napětí τ_{xy} a τ_{yx} , která působí rovnoběžně s průřezem stěny. Obě smyková jsou si v libovolném místě stěny rovna, tento závěr vyplývá z věty o vzájemnosti smykových napětí [6]. Všechna vypočtená napětí lze přepočítat na měrné vnitřní síly [24].

4.3 Návrh výztuže stěny

Mezi základní zásady při návrhu výztuže patří předpoklad, že se beton při posudku normálových napětí uvažuje pouze pro tlak, tah beton nepřenáší. Pouze v případě smykového napětí lze využít tahové pevnosti betonu. Dalším předpokladem je, že betonářská výztuž může přenášet tahová i tlaková napětí. Při návrhu stěny musí být dodrženy konstrukční zásady pro návrh výztuže nosných stěn dle normy EC2 [15].

4.3.1 Prostě uložená jednopodlažní stěna

Jedná se o jednopodlažní stěnu, která se obvykle uvažuje se zatížením umístěným na horním povrchu, přičemž je v dolních rozích kloubově podepřena podpěrami o šířce c . Od tlakových napětí vzniká ve stěně tlaková klenba, která vede ve směru od podpor ke středu horní části stěny. Při dolním povrchu stěny vzniká tahová oblast, kterou je potřeba

vyztužit, výztuž působí jako táhlo klenby. Návrh výztuže stěny se proto řídí několika pravidly.

U dolního okraje stěny se navrhuje hlavní nosná výztuž stěny, která je umístěna co nejbližší spodnímu okraji stěny. Výztuž se musí důkladně zakotvit na kotevní délku l_{bd} . Hlavní výztuž musí přenést sílu F_{sdx} rovnající se tahové síle N_x , která je objemem vodorovných tahových napětí σ_x ve středu rozpětí stěny. Dále je stěna vyztužena konstrukční výztuží, která se skládá ze svislých a vodorovných prutů umístěných u obou povrchů stěny. Maximální vzdálenost prutů konstrukční výztuže je 400 mm nebo $3h$. Celková plocha svislé výztuže musí mít plochu alespoň 0,4 % plochy betonu. Musí také platit, že plocha každého prutu je větší než $0,002hs$, kde s je osová vzdálenost prutů konstrukční výztuže. Výztuž se umísťuje vždy u obou povrchů stěny.

Další výztuží, kterou je potřeba stěnu vyztužit je doplňková výztuž u podpor. Tato výztuž zachytává smykové napětí a zároveň příčné tahy od koncentrovaných svislých tlaků nad podpěrami [16]. Délka těchto prutů je určena dle vztahu $0,5\min(a, b)$. Také tato výztuž se umísťuje u obou povrchů stěny, přičemž se ještě zajistí sponami v nadpodporové oblasti.

Další variantou návrhu výztuže prostě uložené stěny je, postup, kdy je nejdříve spočteno napětí v celé ploše stěny a následně je navržená výztuž na tato napětí posouzena. Při tomto postupu lze s výhodou použít metodu konečných prvků pro výpočet napětí ve stěně.

4.3.2 Návrh výztuže nosné stěny při obecném stavu napjatosti

Jedná se o postup návrhu, kdy jsou lineární analýzou pomocí metody konečných prvků vypočtena normálová a smykové napětí v jednotlivých oblastech stěny a následně jsou tyto oblasti posouzeny. Z jednotlivých napětí jsou vypočteny měrné vnitřní síly pomocí vztahů (4.1). K dalšímu výpočtu je třeba definovat návrhovou pevnost betonu v tlaku f_{cd} , návrhovou pevnost betonu v tahu f_{ctd} a návrhovou hodnotu meze kluzu výztuže f_{yd} .

$$\begin{aligned} N_x &= \sigma_x h \\ N_y &= \sigma_y h \\ N_{xy} &= \tau_{xy} h \end{aligned} \quad (4.1)$$

Vypočtené vnitřní síly musí být přeneseny betonem nebo výztuží, v případě tahové síly nebo při vyčerpání únosnosti betonu v tlaku. Smykové napětí přenesou beton, při vyšším napětí je přenášeno výztuží. Postup přepočtu účinků vnitřních sil do obou směrů výztuže $F_{sx,Ed}$ a $F_{sy,Ed}$ lze nalézt v dostupné literatuře např. [16]. Po výpočtu sil v jednotlivých směrech výztuže $F_{sx,Ed}$ a $F_{sy,Ed}$ lze provést návrh plochy výztuže $A_{sx,min}$ a

$A_{sy,min}$. Pokud je zadána navržená výztuž je z plochy výztuže spočtena návrhová únosnost výztuže $F_{sx,Rd}$ a $F_{sy,Rd}$ a je provedeno posouzení těchto hodnot s vypočtenými návrhovými silami ve výztuži (4.3). Pokud jsou obě podmínky (4.3) v každém bodě konstrukce splněny, vyhoví návrh dané výztuže meznímu stavu únosnosti.

$$A_{sx,min} = \frac{F_{sx,Ed}}{f_{yd}} \quad \text{a} \quad A_{sy,min} = \frac{F_{sy,Ed}}{f_{yd}} \quad (4.2)$$

$$F_{sx,Ed} \leq F_{sx,Rd} \quad \text{a} \quad F_{sy,Ed} \leq F_{sy,Rd} \quad (4.3)$$

Při návrhu výztuže touto metodou je nutno dodržet konstrukční zásadu, že maximální vzdálenost vodorovné i svislé výztuže je 250 mm, ale maximálně $2h$. Výztuž musí být symetricky umístěna k oběma povrchům [16].

5 Aplikace pro návrh a posudek výztuže stěny

S využitím teorie a vztahů uvedených v kapitole 3 a 4 vznikl program pro analýzu a návrh výztuže stěny. Aplikace je složena ze dvou programů, první slouží pro návrh výztuže v železobetonových stěnových konstrukcích. Druhý program navazuje na první a pro danou stěnovou konstrukci provede nelineární analýzu. U nelineární analýzy se vychází pro zvolený konstitutivní model betonu ze vztahů uvedených v části 3.2 až 3.4. Návrh konstrukce probíhá podle EC2 [15]. Aplikace je vytvořena pomocí programovacího prostředí Matlab [21].

Analýza v obou programech je založena na metodě konečných prvků, kdy je využit obdélníkový stěnový konečný prvek s jedním integračním bodem [24]. Výztuž je ve výpočtu reprezentována diskretním modelem výztuže. Pro nelineární analýzu je využita iterační metoda s volitelnou velikostí zatěžovacího kroku. Jako podmínka porušení je implementována podmínka dle publikace Model Code 1990 [8].

5.1 Popis vstupního souboru

Zadání vstupních parametrů probíhá definováním těchto parametrů ve spouštěcím skriptu. Je nutno definovat rozměry stěny, šířku uložení, velikost sítě konečných prvků, umístění zatížení a velikost zatížení. Dále je nutno určit materiálové parametry betonu a výztuže. Aplikace obsahuje databázi nejčastěji používaných materiálů, případně může uživatel zadat vlastní materiálové vlastnosti jednotlivých materiálů. Poslední důležitou položkou zadání je posuzovaná výztuž. Pro výztuž je nutno zadat profily prutů a vzdálenosti prutů v obou směrech.

Zadání není omezeno pouze na prostě uložené stěny, lze zadat i složitější tvary stěn, jen je potřeba definovat více vstupních parametrů ručně a nelze se odkázat na automatické generátory umístění podpor, zatížení, sítě konečných prvků, atd.

V prvním kroku výpočtu je potřeba zadat veškeré rozměrové charakteristiky úlohy. Mezi tyto charakteristiky patří: délka stěny L , výška stěny B , tloušťka stěny h a šířka podpor c . Dále je potřeba specifikovat velikost konečných prvků, nastavení se provádí pomocí proměnné určující počet konečných prvků po výšce stěny. Podle zadaných rozměrů se následně vygeneruje síť konečných prvků, která je součástí spouštěcího skriptu.

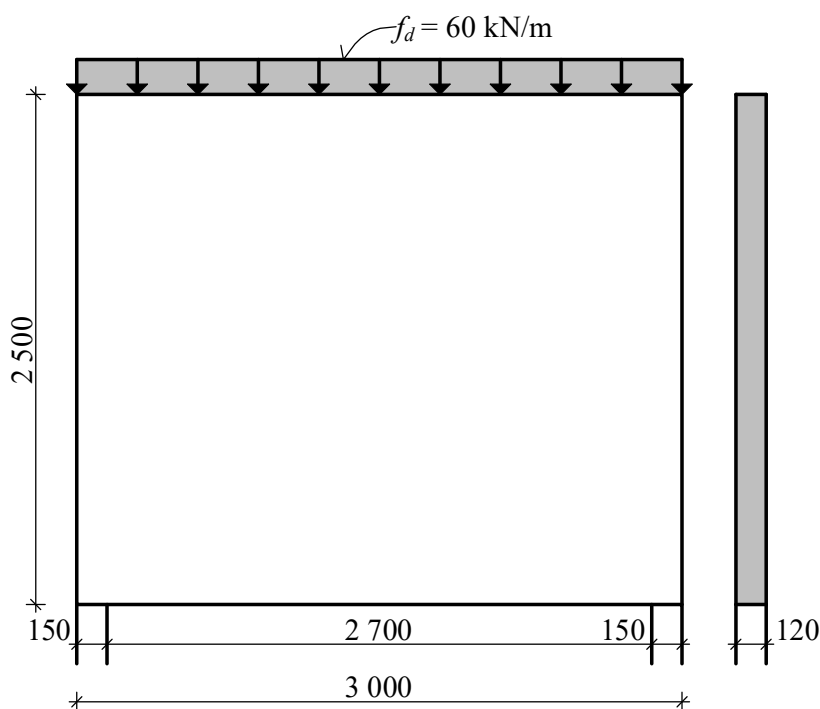
Dalšími vstupními parametry jsou pevnostní charakteristiky betonu a výztuže. Beton se zadává charakteristickou pevností v tlaku v MPa a výztuž je zadávána pomocí charakteristické meze kluzu v MPa. Návrhové charakteristiky jsou vypočteny automaticky při spuštění výpočtu. Pokud má být proveden posudek výztuže je nutno zadat informace o výztuži. Zadávanými informacemi jsou průměr výztuže a vzdálenost výztuže

pro oba směry x i y . Pokud nejsou informace o výztuži zadány, není provedeno vyhodnocení posudku, ale je spočtena pouze minimální plocha výztuže.

Posledním důležitým parametrem je zatížení na horním povrchu stěny. Musí být zadána návrhová hodnota v jednotkách N/m. Zatížení je automaticky rozloženo do všech uzlů na horním povrchu stěny. Pro nelineární analýzu je potřeba navíc definovat počet zatěžovacích kroků.

5.2 Příklad návrhu a posouzení výztuže nosné stěny

Zadáním příkladu je obdélníková stěna prostě uložena. Rozměry stěny lze vyčíst z obr. 5.1. Beton je třídy C16/20 a třída výztuže je B500B. Hodnota návrhové liniového zatížení horního povrchu stěny je $f_d = 1,5 \cdot 22 + 1,35 \cdot 20 = 60$ kN/m, charakteristická hodnota zatížení je $f_k = 22 + 20 = 42$ kN/m.



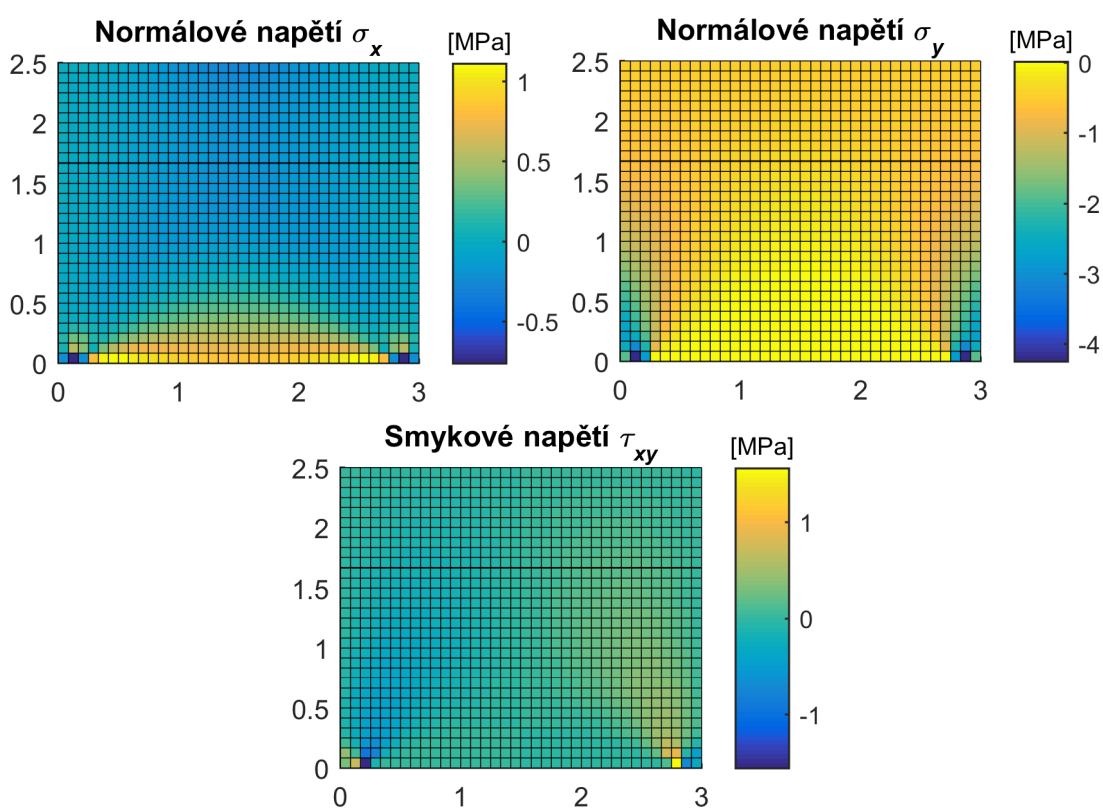
Obr. 5.1 Zadání stěny

Pokud jsou zadány všechny vlastnosti do vstupního souboru, pak lze spustit výpočet. Po provedení výpočtu se nejdříve vykreslí normálová a smyková napětí ve stěně, viz obr. 5.2. Tato napětí jsou přepočtena pomocí vtaů pro obecný stav napjatosti na síly ve výztuži, pro lepší interpretaci jsou tyto síly dále přepočteny na minimální plochu výztuže pro jednotlivé směry x a y , viz obr. 5.3. V grafech minimální plochy výztuže nejsou zahrnuty požadavky na minimální množství výztuže dle konstrukčních zásad.

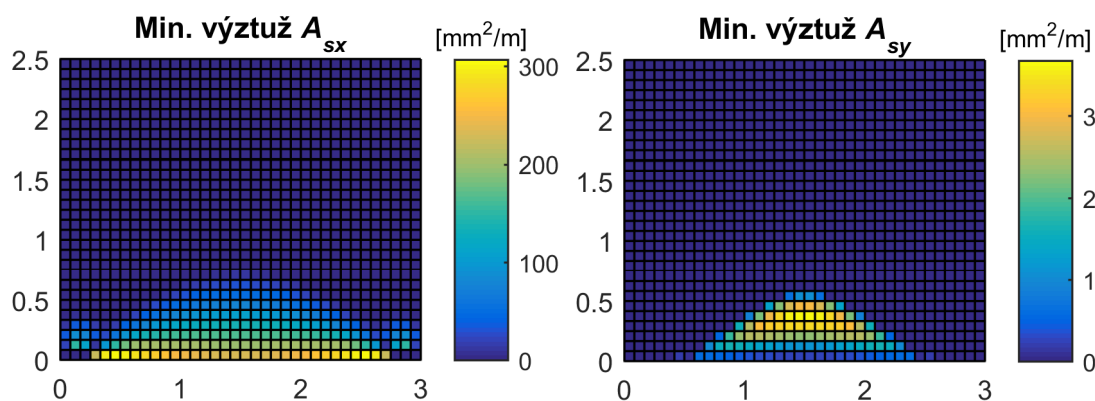
V konkrétním příkladu z nutné plochy pro svislou výztuž vyplývá, že stačí provést návrh dle konstrukčních zásad, je tedy navržena výztuž o průměru 6 mm a vzdálenosti

240 mm, z důvodu vyhovění podmínce, že maximální vzdálenost výztuže může být $2h$. Pro vodorovnou výztuž je potřebná plocha $A_{sx,min} = 326 \text{ mm}^2$, je proto navržena výztuž o průměru 6 mm a vzdálenosti mezi pruty 150 mm, navržená plocha výztuže je $A_{sx} = 376,8 \text{ mm}^2$. Při zadání navržené výztuže do vstupního souboru a provedení výpočtu se zobrazí informace, že návrh výztuže vyhoví (5.1). Schéma navržené výztuže je na obr. 5.4. Navržená výztuž splňuje konstrukční zásady návrhu výztuže nosných stěn. Při použití metody posudku dle obecného stavu napjatosti, není potřeba navrhovat další výztuž v oblastech podpor.

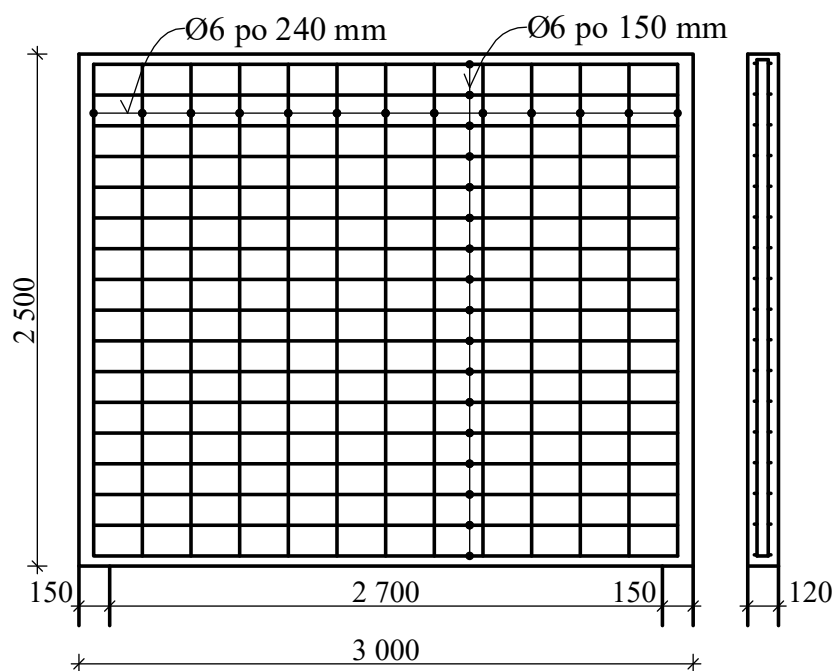
$$F_{sx,Ed} = 141,87 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \leq F_{sx,Rd} = 163,91 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (5.1)$$



Obr. 5.2 Normálová napětí a smykové napětí

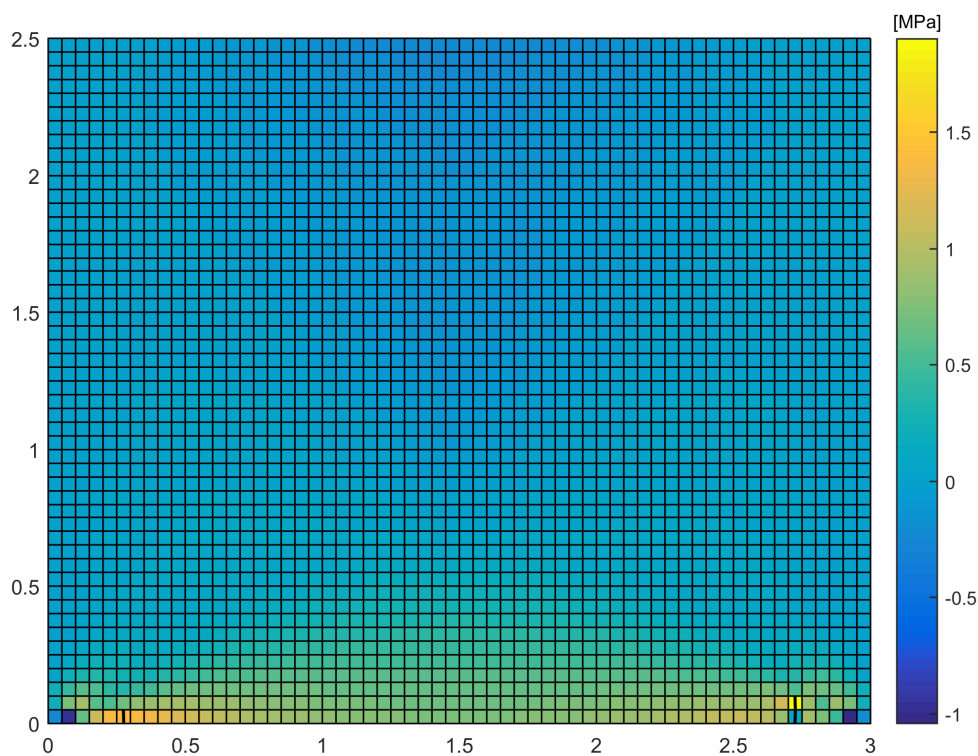


Obr. 5.3 Minimální plochy výztuže v obou směrech



Obr. 5.4 Schéma navržené výztuže

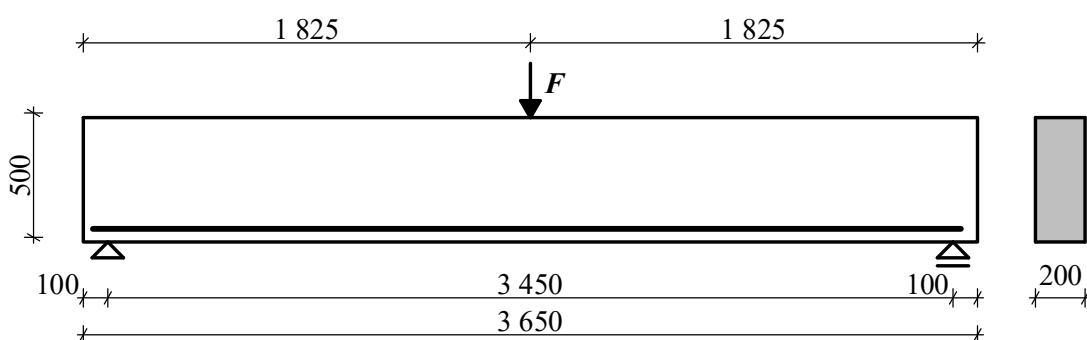
Po návrhu výztuže, lze následně provést posouzení na vznik trhlin s využitím druhého programu, který je určený pro nelineární výpočty. Je potřeba zadat počet zatěžovacích kroků a maximální úroveň zatížení. Výztuž je modelována diskretním modelem. Výsledek analýzy je, že ke vzniku prvních trhlin dojde při zatížení 50 kN/m, viz obr. 5.5. Při porovnání s charakteristickou hodnotou zatížení $f_k = 42$ kN/m lze říci, že trhliny na konstrukci nenastanou.



Obr. 5.5 Trhliny a hlavní napětí σ_I při zatížení 50 kN/m

5.3 Příklad nelineární analýzy nosníku J4

Další oblastí použití vytvořené aplikace je výpočet zatížitelnosti jednoduchých konstrukcí. Pro výpočet byl vybrán nosník z experimentu, který je popsán v článku [2], podrobnější popis je uveden dále v této práci, konkrétně v podkapitole 6.2, která se věnuje analýze tohoto nosníku pomocí programu Atena [12]. Pro tento příklad jsou mírně upraveny rozměry nosníku, viz obr. 5.6. Vlastnosti betonu byly převzaty z článku [2]: pevnost v tlaku $f_c = 27,31$ MPa, pevnost v tahu $f_t = 2,483$ MPa, modul pružnosti neporušeného betonu $E_c = 31,724$ GPa a Poissonův součinitel $\nu = 0,17$. Modul pružnosti výztuže $E = 200$ GPa a mez kluzu výztuže $f_y = 306$ MPa byly také převzaty z článku [2]. Plocha výztuže při dolním povrchu je $A_s = 942,5$ mm². Zatížení je umístěno uprostřed rozpětí nosníku, pro dosažení maximálního zatížení je zadáno 100 zatěžovacích kroků.



Obr. 5.6 Schéma nosníku

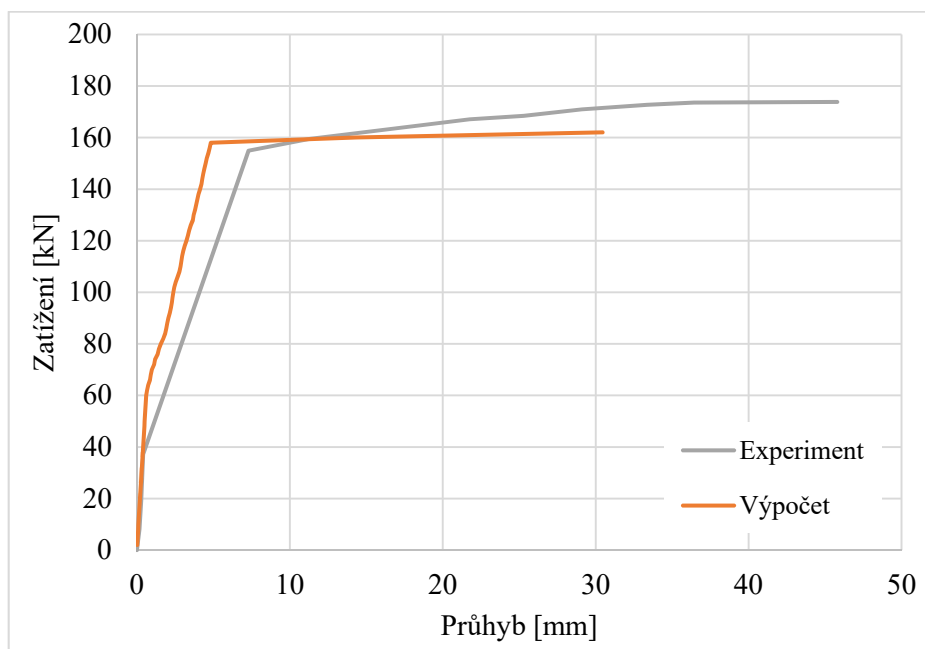
V průběhu výpočtu se vykresluje schéma konstrukce se zobrazením vzniklých trhlin a zatěžovací diagram, výsledný diagram je zobrazený na obr. 5.7. Z průběhu zatěžovacího diagramu lze vidět, že se podařilo zcela vystihnout chování konstrukce. Bylo dosaženo dobré shody zejména u hodnoty celkového zatížení, které bylo dosaženo před plastizací výztuže, výsledky jsou srovnány v tab. 5.1. Ze zatěžovacího diagramu je patrné, že tuhost výpočetního modelu je větší než u experimentu ve fázi rozvoje trhlin. Toto je ovlivněno zejména použitým konstitutivním modelem betonu a postupem zatěžování.

Maximální zatížení nosníku			Průhyb uprostřed stěny		
$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,vypocet}$ [kN]	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$	$u_{u,exp}$ [mm]	$u_{u,vypocet}$ [mm]	$\frac{u_{u,exp}}{u_{u,vypocet}}$
154,95	156	0,99	7,30	4,75	1,54

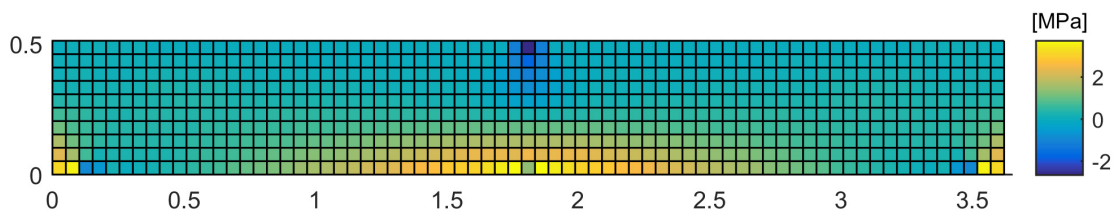
Tab. 5.1 Porovnání dosažených výsledků z výpočtu s experimentem

Do výpočetního kroku číslo 29, kdy bylo dosaženo zatížení 58 kN, je odezva nosníku na zatížení lineární, hlavního napětí σ_I před vznikem trhlin je zobrazeno na obr. 5.8. Při následném zatěžovacím kroku již vznikají první trhliny ve střední části

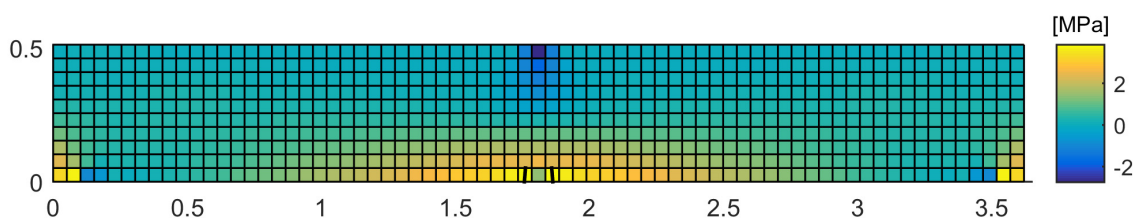
nosníku, viz obr. 5.9. Dalším přetěžování probíhá vytváření trhlin po spodním okraji a jejich šíření k hornímu povrchu nosníku. Tento stav dokumentují kroky 40, 52 a 65 na obr. 5.10 až obr. 5.12. Poslední zatěžovací krok (79.) je vykreslen na obr. 5.13.



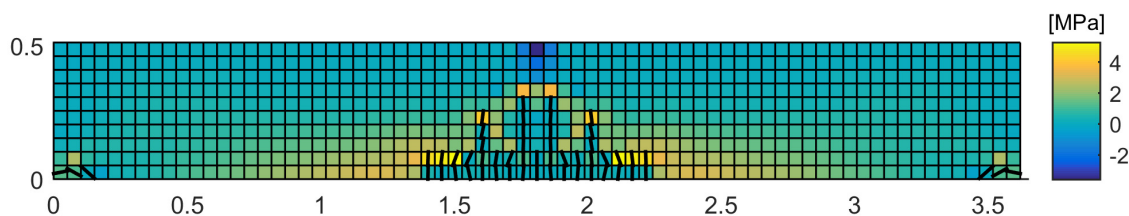
Obr. 5.7 Výsledné zatěžovací diagramy z výpočtu a experimentu



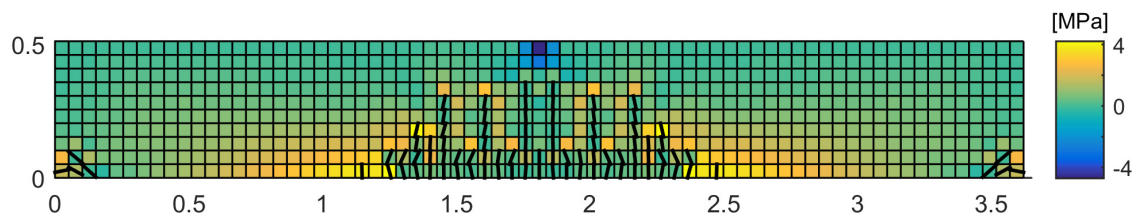
Obr. 5.8 Hodnoty hlavního napětí σ_I před vznikem trhlin (29. krok; 58 kN)



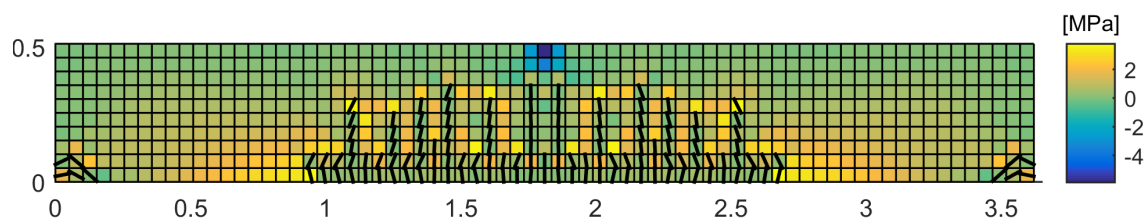
Obr. 5.9 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (30. krok; 60 kN)



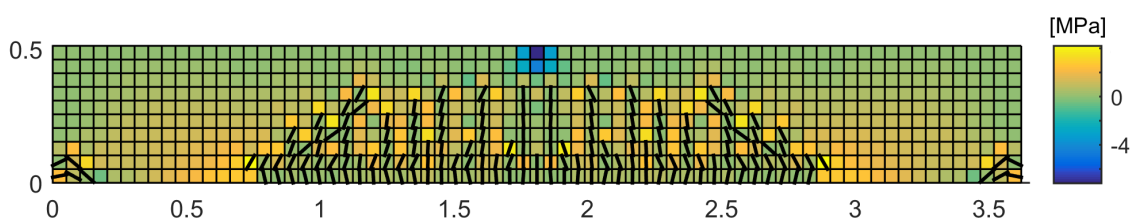
Obr. 5.10 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (40. krok; 80 kN)



Obr. 5.11 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (52. krok; 104 kN)



Obr. 5.12 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (65. krok; 130 kN)



Obr. 5.13 Hodnoty hlavního napětí σ_I a trhlin (79. krok; 158 kN)

6 Numerické příklady experimentů

U nelineární analýzy betonových a železobetonových konstrukcí se vycházelo z publikovaných experimentů v odborné literatuře a doplňkově se provedly zkoušky v Laboratoři stavebních hmot Fakulty stavební Vysoké školy báňské – technické univerzity Ostrava. Experimenty zvolené pro nelineární analýzy byly zvoleny, tak aby byly zastoupeny tři základní druhy betonových konstrukcí, a to konkrétně deska, stěna a nosník. Nelineární analýzy jsou provedeny v softwaru Atena [10].

6.1 Vstupní údaje betonu

Počet vstupních parametrů betonu je pro nelineární analýzu výrazně větší než pro typické normové výpočty. U těch je ve většině případů nejdůležitějším parametrem pevnost betonu v jednoosém tlaku a modul pružnosti. Také u řady experimentů v odborných člancích jsou uvedeny pouze základní vlastnosti. Toto je u nelineárních výpočtů betonových konstrukcí nedostačující, a proto je nutné využít pro dopočet chybějících parametrů doporučených vztahů, které lze nalézt v odborných člancích nebo doporučeních. S ohledem na variabilitu složení betonu je však důležité věnovat pozornost rozsahu platnosti vztahů. V některých případech je možné nalézt doporučené hodnoty konkrétních materiálů včetně jejich rozptylu ve standardech a doporučeních [18] a [19].

S ohledem na zhodnocení vhodnosti vstupních parametrů betonu a stanovení doporučení k nelineární analýze betonových konstrukcí jsou pro dopočet chybějících parametrů betonu zvoleny dva přístupy. Jejich shrnutí je uvedeno v tab. 6.1. Mezi vstupní parametry patří lomová energie G_F , pevnost betonu v tahu f_t , modul pružnosti betonu E_c a vztah pro přepočet krychelné a válcové pevnosti betonu v tlaku.

	MC2010 [7]	Model AT [12]
Válcová pevnost v tlaku	$f_c = 0,85f_{cu}$	
Poissonovo číslo	$\nu = 0,2$	$\nu = 0,2$
Modul pružnosti	$E_c = 21500 \left(\frac{f_c + 8}{10} \right)^{\frac{1}{3}}$	$E_c = (6000 - 15,5f_{cu})\sqrt{f_{cu}}$
Pevnost v tahu	$f_t = 0,21(f_c)^{\frac{2}{3}}$	$f_t = 0,24(f_{cu})^{\frac{2}{3}}$
Lomová energie	$G_F = 73f_c^{0,18}$	$G_F = 25f_t$

Tab. 6.1 Vztahy pro výpočet vlastností betonu

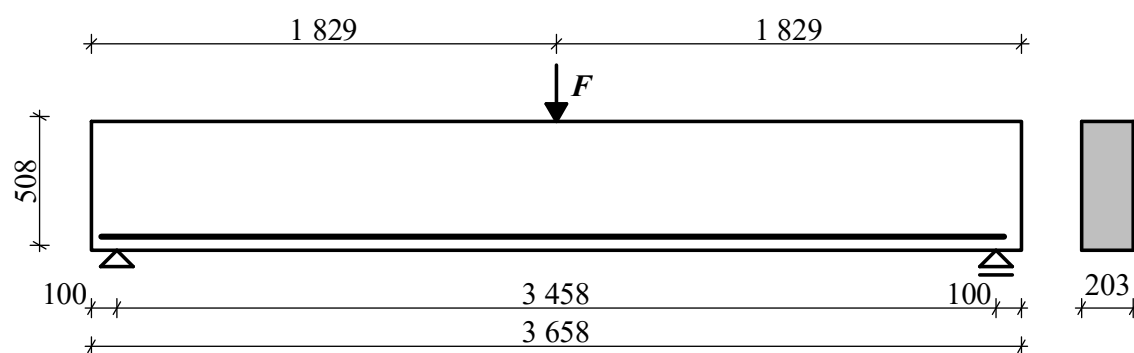
Vztahy pro model MC2010 vychází z válcové pevnosti betonu v tlaku f_c a doporučení Model Code 2010 [7]. Vztahy pro druhý model AT jsou založeny především na doporučeních uvedených v teoretickém manuálu výpočetního programu Atena [12].

Vztahy jsou převzaty s odborných článků nebo je možné také nalézt v dřívějších doporučeních CEB-FIB (např. Model Code 1990 [8]). Pro dočet vstupních parametrů betonu je nutné přepočíst krychelnou pevnost f_{cu} na válcovou pevnost a naopak.

6.2 Nosník J4

6.2.1 Popis experimentu

Prvním modelovaným experimentem byl železobetonový nosník. Parametry modelovaného experimentu byly převzaty z článku [2], ve kterém je uvedený experiment z roku 1962 provedený pány Burnsem a Siessem. Nosník má obdélníkový průřez s rozměry 203 x 508 mm. Jednalo se o zkoušku na tříbodový ohyb. Délka nosníku je 3 658 mm a vzdálenost podpor je 3 458 mm. Jedná se o prostě uložený nosník a byl zatěžován uprostřed rozpětí. Schéma nosníku je uvedeno na obr. 6.1.



Obr. 6.1 Schéma experimentu

Vlastnosti betonu jsou pro variantní řešení uvedeny v tab. 6.2. Celkově byly provedeny výpočty ve třech variantách. Při první variantě výpočtu byly využity informace o betonu uvedené v článku o experimentu, byla dopočtena pouze lomová energie z doporučení modelu AT. Další varianty výpočtu převzaly z experimentu pouze pevnost betonu v tlaku a zbylé vlastnosti se dopočetly dle doporučených hodnot pro modely MC2010 a AT.

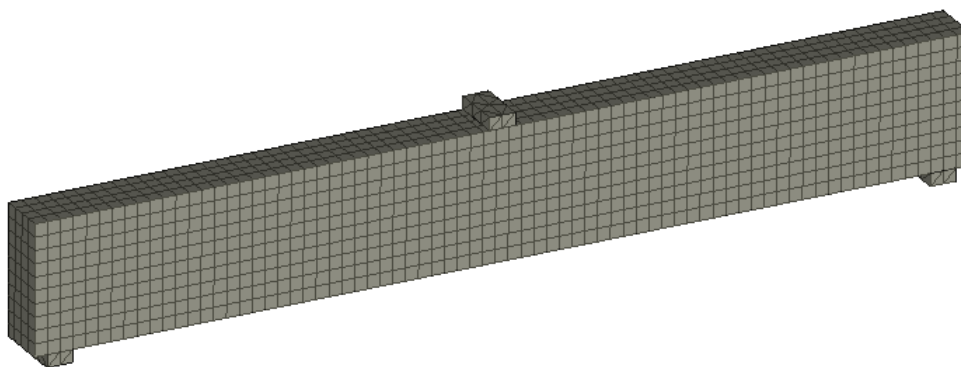
	Dle experimentu	Model AT	MC2010
E_c [MPa]	26 182	33 710	34 467
ν [-]	0,15	0,20	0,20
F_c [MPa]	33,20		
F_t [MPa]	3,76	2,76	2,17
G_f [N/m]	69		137

Tab. 6.2 Vlastnosti betonu pro výpočty

Vlastnosti ocelové výztuže byly uvažovány následující: modul pružnosti $E_s = 200$ GPa a mez pružnosti $f_c = 309,4$ MPa [2]. Plocha výztuže odpovídá přibližně 1,0% vyztužení. Výztuž je umístěna při spodním okraji nosníku.

6.2.2 Popis modelu

Výpočetní model nosníku byl sestaven z prostorových prvků ve tvaru krychle o velikosti hrany přibližně 50 mm, model nosníku se sestává z celkem 2 920 prvků, viz obr. 6.2. Pro beton bylo použito materiálového modelu 3D Non Linear Cementitious 2. Výztuž byla modelována pomocí prutových prvků a bilineárního materiálového modelu. Svislá deformace byla měřena ve středu rozpětí nosníku. Podložky a zatěžovací destička byly modelovány pomocí lineárně pružného materiálu s $E = 200$ GPa. Mezi nosníkem a destičkami byl nastaven pevný kontakt. Na obě podporové podložky byly na osu umístěny podpory ve svislém směru a na jednu z destiček byla umístěna také podpora ve vodorovném směru nosníku. Zatížení bylo umístěno do středu horní destičky.



Obr. 6.2 Pohled na model nosníku se zobrazenou sítí konečných prvků

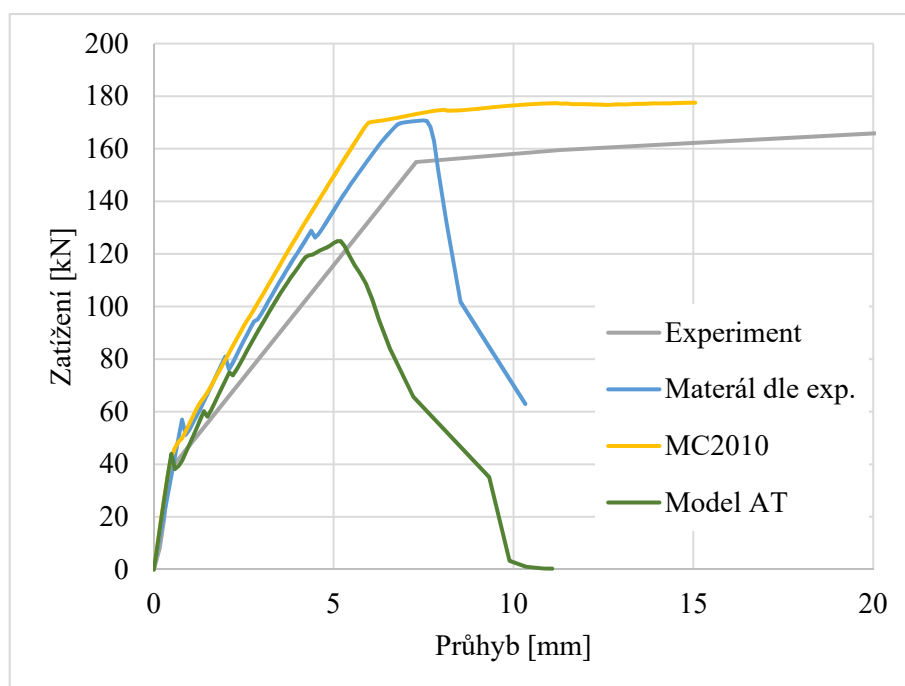
6.2.3 Výpočet

K nelineárnímu výpočtu byla zvolena metoda Newton-Rabson, při nastavení maximálního počtu 60 iterací v jednom kroku. Byly vypočteny tři varianty výpočtu, které se lišily metodou získání vstupních veličin betonu. První varianta byla spočtena pro parametry betonu získaných z článku o experimentu, kde bylo potřeba určit lomovou energii, tato hodnota byla určena z doporučení pro model AT. Další dvě varianty byly spočteny pro parametry betonu, které jsou získané pomocí modelu MC2010 a AT, kdy byly veškeré hodnoty dopočteny na základě pevnosti betonu v tlaku z článku [2].

Pro ověření citlivosti výpočtu na způsob zatěžování výpočetního modelu byly vytvořeny srovnávací výpočty pro případ varianty betonu dle experimentu, kdy byly provedeny výpočty se silovým zatížením a následně také pro deformační zatížení velikosti 0,01 mm. U silového zatížení byly dále výpočty rozděleny pro zatěžovací krok 4 kN nebo 10 kN.

6.2.4 Výsledky

Hlavním cílem provedených numerických výpočtů bylo určení maximální zatížitelnosti nosníku a srovnání průběhů zatěžovacích diagramů jednotlivých variant vstupních hodnot materiálů s experimentem. Výsledné srovnání zatěžovacích diagramů je na obr. 6.3. Z průběhu křivek lze vyhodnotit, že nejlepší výsledky je dosaženo při použití parametrů betonu, tak jak jsou uvedeny v článku o experimentu, případně hodnoty dopočtené podle MC2010. U varianty modelu AT došlo k výraznému poklesu celkové únosnosti nosníku. Příčinou je pravděpodobně velký rozdíl mezi skutečnou a dopočtenou pevností betonu v tahu. Maximální zatížení nosníku pro jednotlivé varianty je uvedeno v tab. 6.3, včetně srovnání s výsledky z experimentu.



Obr. 6.3 Zatěžovací diagramy pro jednotlivé varianty dle vlastností betonu

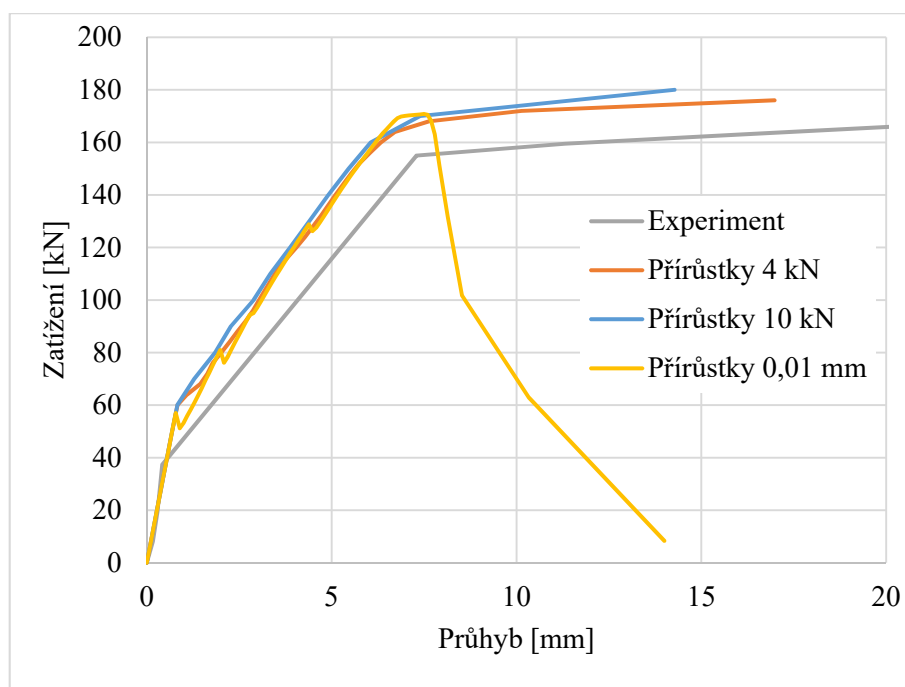
Varianta	Maximální zatížení nosníku			Průhyb uprostřed stěny		
	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,vypocet}$ [kN]	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$	$u_{u,exp}$ [mm]	$u_{u,vypocet}$ [mm]	$\frac{u_{u,exp}}{u_{u,vypocet}}$
Dle exp.	173,8	176,0	0,99	7,30	6,87	1,06
MC2010		177,5	0,98		6,07	1,20
Model AT		124,9	1,39		5,30	1,38

Tab. 6.3 Srovnání výsledků pro jednotlivé varianty výpočtu dle vlastností betonu

Při variantě výpočtu s hodnotami z experimentu, došlo při zatížení 60 kN (8. krok) ke vzniku prvních ohybových trhlin při dolním okraji nosníku viz obr. 6.5. Od tohoto okamžiku začínaly vznikat další ohybové trhliny a probíhalo jejich šíření k hornímu povrchu nosníku. Následně došlo také k rozvoji smykových trhlin, které nakonec způsobily zhroucení nosníku, viz obr. 6.6. Skoky na vzestupné větvi jsou způsobeny vznikem trhlin.

Oproti předchozímu výpočtu nedochází u varianty MC2010 k vytvoření smykové trhliny a kolaps nosníku nastane při přetržení hlavní výztuže, možným důvodem je vysoká hodnota lomové energie, ve srovnání s výpočtem experimentu. Na obr. 6.7 je zobrazen průběh ohybových trhlin, šířka největší trhliny je 2,25 mm. Napětí ve výztuži je zobrazeno na obr. 6.8, z průběhu napětí ve výztuži je patrné, že ke kolapsu konstrukce došlo z důvodu plastizace výztuže s čímž souvisí následný prudký nárůstem průhybu celého nosníku.

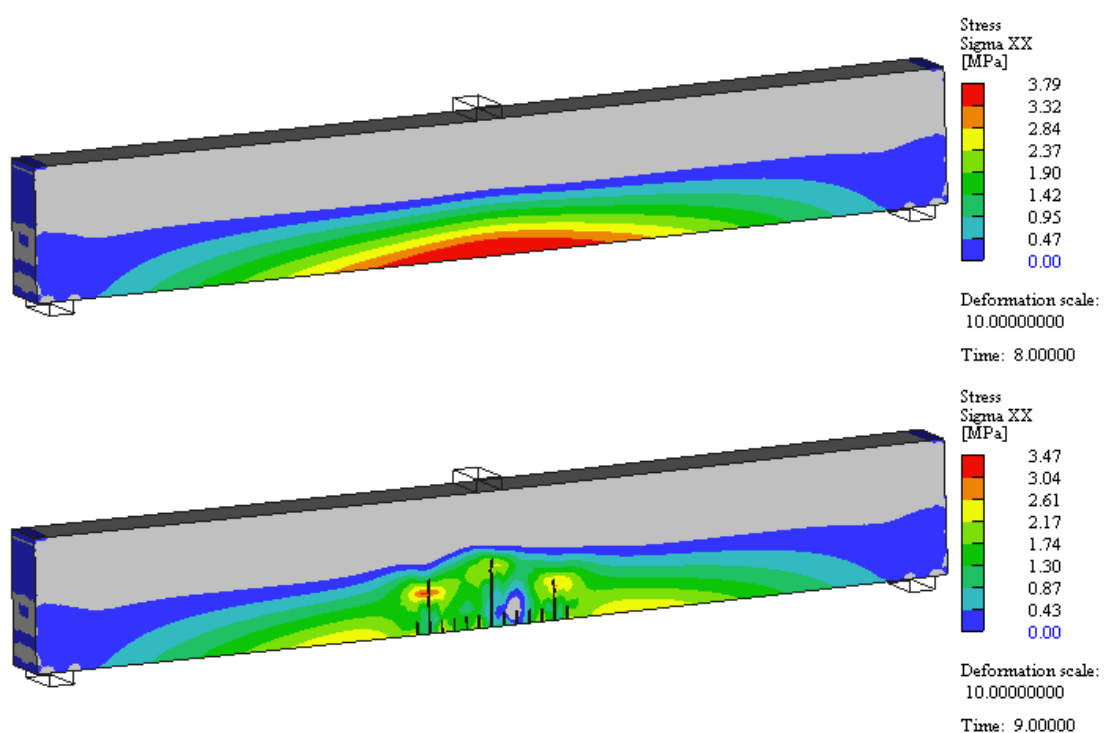
Výsledné zatěžovací diagramy pro srovnávací výpočty podle způsobu zatěžování jsou uvedeny na obr. 6.5. Dosažené maximální únosnosti jsou uvedeny v tabulce tab. 6.6, kde je také uvedeno srovnání s výsledkem z experimentu. V případě deformačního zatížení bylo zapotřebí přibližně 75 výpočetních kroků k dosažení maximální zatížitelnosti, celkem bylo spočteno 150 výpočetních kroků. Z průběhu LD diagramů je patrné, že i při přírůstku 10 kN bylo dosaženo dobré schody výsledku a zmenšení kroku na 4 kN nepřispělo k dalšímu zpřesnění.



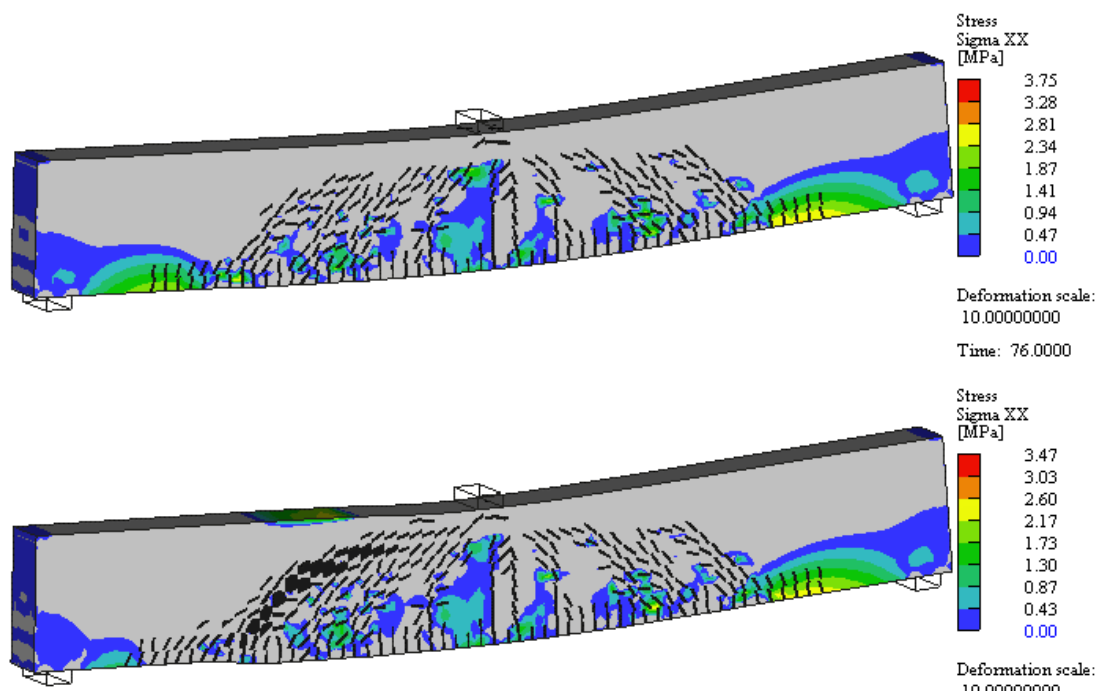
Obr. 6.4 Zatěžovací diagramy pro jednotlivé varianty dle velikosti přírůstků zatížení

Typ zatížení	Maximální zatížení nosníku			Průhyb uprostřed stěny		
	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,vypocet}$ [kN]	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$	$u_{u,exp}$ [mm]	$u_{u,vypocet}$ [mm]	$\frac{u_{u,exp}}{u_{u,vypocet}}$
Silové krok 10 kN	173,8	180,0	0,97	7,30	7,39	0,99
Silové krok 4 kN		176,0	0,99		6,92	1,05
Deformační		170,8	1,02		6,78	1,08

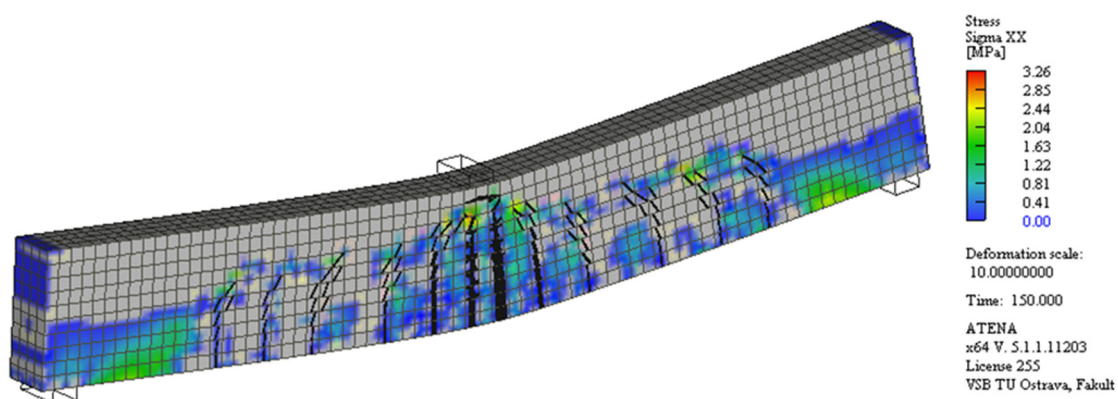
Tab. 6.4 Výsledné maximální únosnosti



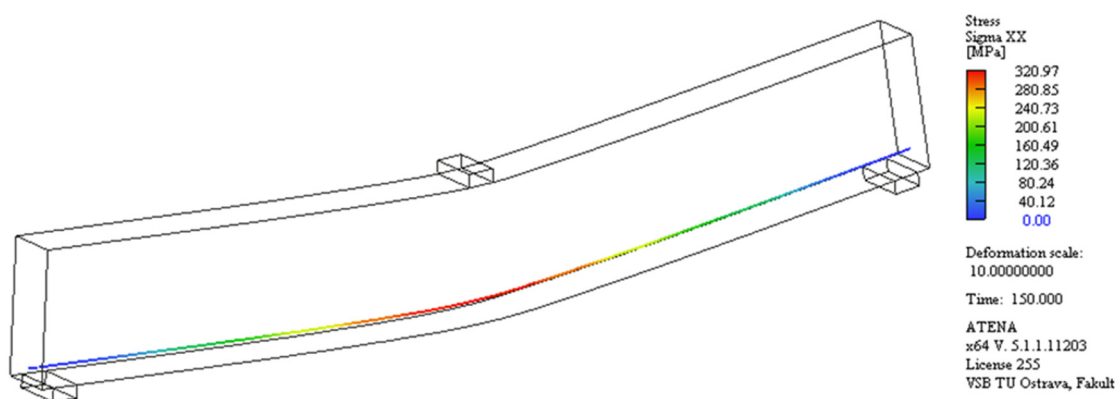
Obr. 6.5 Napětí σ_x a trhliny na konstrukci bezprostředně před a po vzniku trhlin pro deformační zatížení (dle exp.)



Obr. 6.6 Napětí σ_x a trhliny na konstrukci při maximálním zatížení a následném kolapsu pro deformační zatížení (dle exp.)



Obr. 6.7 Napětí σ_x a trhliny na konstrukci při maximálním zatížení pro deformační zatížení (MC2010)

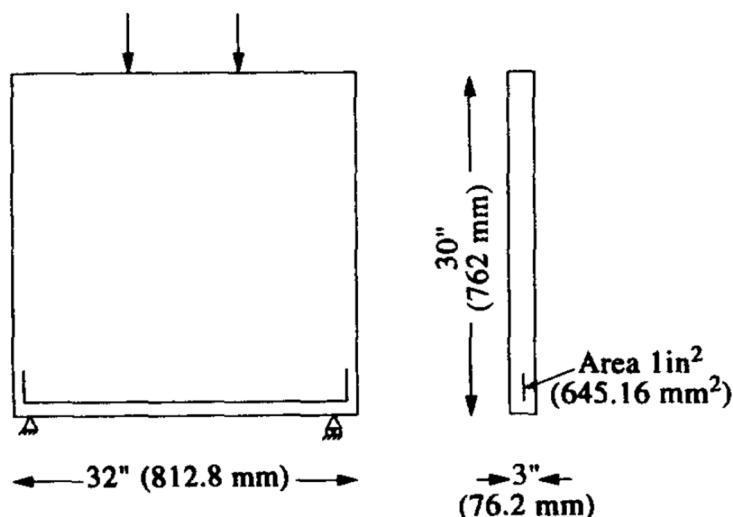


Obr. 6.8 Napětí σ_x ve výztuži při maximálním zatížení (MC2010)

6.3 Prostě uložená stěna

6.3.1 Popis experimentu

Druhý experiment tvoří konstrukce vysokého železobetonového stěnového nosníku. Geometrie stěny, její uložení a umístění zatížení je uvedeno na obr. 6.9. Vzdálenost podpor je 713 mm. Stěna byla prostě podepřena. Rozměry a další parametry byly převzaty z článku [26], ve kterém je popsán experiment, který provedli v roce 1994 Ramakrishman a Anathanarayan.



Obr. 6.9 Schéma experimentu [26]

Vlastnosti betonu jsou uvedeny v tab. 6.2. V tabulce jsou uvedeny vlastnosti betonu, které byly použity pro všechny varianty výpočtu. První variantou byl výpočet pomocí vlastností betonu získaných z článku [26], lomová energie byla určena z doporučení modelu AT. Další dvě varianty výpočtu byly založeny na vlastnostech betonu určených podle MC2010 a doporučení modelu AT, výpočty hodnot byly založeny na pevnosti betonu v tlaku, jejíž hodnota byla přebrána z článku [26].

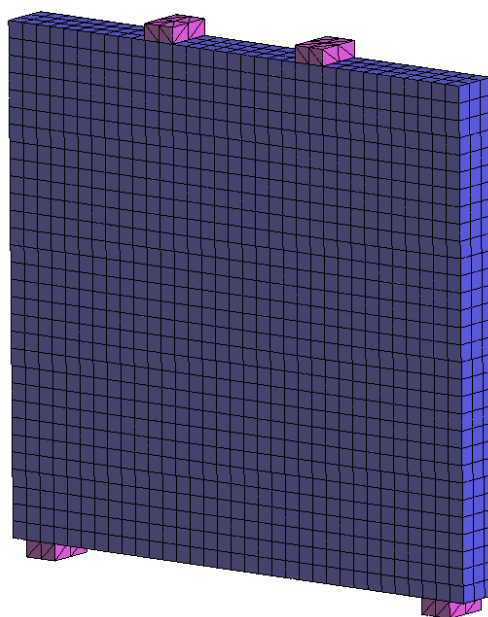
Vlastnosti ocelového výztuže byly uvažovány následující: modul pružnosti $E_s = 200$ GPa a mez pružnosti $f_c = 317,24$ MPa. Výztuž byla modelována pomocí prutových prvků, plocha výztuže odpovídá přibližně 1% vyztužení, to odpovídá ploše výztuže $A_s = 645,16$ mm². Výztuž byla umístěna při spodním okraji. Zatížení bylo lokalizováno ve třetinách rozpětí na horním povrchu stěny, vzdálenost sil od okrajů stěny byla 270 mm. Schéma experimentu je patrné z obr. 6.9.

	Dle experimentu	Metoda AT	MC2010
E_c [MPa]	31 724	31 190	32 740
ν [-]	0,17	0,20	0,20
F_c [MPa]	27,310		
F_t [MPa]	2,483	2,426	1,900
G_f [N/m]	60		132

Tab. 6.5 Vlastnosti benou pro jednotlivé varianaty výpočtu

6.3.2 Popis modelu

Výpočetní model byl sestaven pomocí krychelných prvků o velikosti hrany 25 mm (celý model má 3069 prvků). Pro beton byl použit opět materiálový model 3D Non Linear Cementitious 2. Pro výztuž byl zvolen bilineární materiálový model. Svislá deformace byla měřena v polovině rozpětí. Podložky a zatěžovací destička byly modelovány pomocí lineárně pružného materiálu $E = 200$ GPa. Mezi nosníkem a destičkami byl vymodelován pevný kontakt. Na obě podporové podložky byly na osu umístěny podpory ve svislém směru a na jednu z destiček byla umístěna také podpora ve vodorovném směru nosníku. Zatížení bylo vneseno na dvou místech – jedná se o čtyřbodovou ohybovou zkoušku.



Obr. 6.10 Pohled na model stěny se zobrazenou sítí konečných prvků

6.3.3 Výpočet

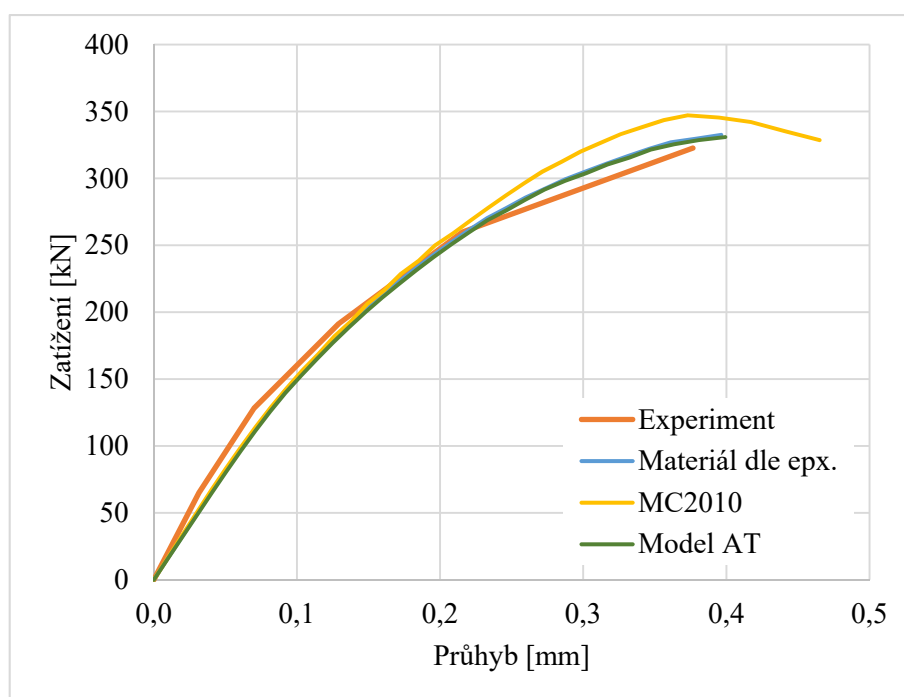
Nelineární výpočty byly provedeny nejdříve pro deformační zatížení a pro vybranou variantu také pomocí silového zatížení. Velikost jednoho zatěžovacího kroku byla 10 kN nebo 0,02 mm, tak aby bylo pro obě varianty zatěžování dosaženo přibližně podobného počtu zatěžovacích kroků při dosažení maximální zatížitelnosti konstrukce.

Metoda výpočtu byla opět zvolena Newton-Rabsonova, při nastavení nejvyššího počtu 50 iterací v jednom kroku.

6.3.4 Výsledky

K dosažení maximálního zatížení bylo u všech alternativ zapotřebí přibližně 35 výpočetních kroků. V případě, silového zatížení, bylo jedním s konvergenčních kritérií, že přírůstek deformace není větší než deformace z dvou předešlých zatěžovacích kroků. Maximálního zatížení bylo dosaženo přibližně v 30. kroku jednotlivých výpočtů.

Srovnání výsledných zatěžovacích diagramů pro deformační zatížení lze vidět na obr. 6.3. Na následujícím obr. 6.4 je srovnání výpočtů s deformačním a silovým zatížením vůči zatěžovacímu diagramu ze zkoušky. Vzniklé trhliny při maximálním zatížení jsou zobrazeny na obr. 6.5. Maximální přenesené zatížení pro jednotlivé varianty výpočtu je uvedeno v tab. 4.1. Vykreslení trhlin a napětí σ_x pro vybrané zatěžovací kroky je na obr. 6.6. Z obrázků lze vidět postupný vznik trhlin a jejich šíření k hornímu okraji. Na prvním obrázku lze vidět, že při 6. zatěžovacím kroku ještě nedošlo k překročení pevnosti betonu v tahu, a proto v konstrukci nejsou trhliny. Při následném růstu zatížení došlo ke vzniku a šíření ohybových trhlin a následně, kdy se hodnota zatížení blíží k maximu, dochází ke vzniku smykových trhlin a jejich rychlému rozšiřování.

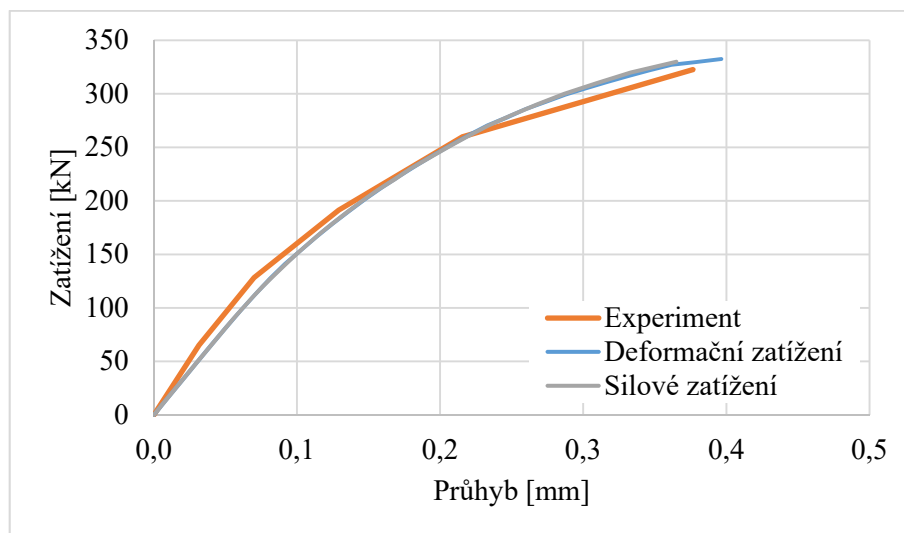


Obr. 6.11 Zatěžovací diagramy pro jednotlivé varianty vlastností betonu při deformační zatížení

Varianta	Maximální zatížení nosníku			Průhyb uprostřed stěny		
	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,vypocet}$ [kN]	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$	$u_{u,exp}$ [mm]	$u_{u,vypocet}$ [mm]	$\frac{u_{u,exp}}{u_{u,vypocet}}$
Dle exp.	322,58	332,49	0,97	0,376	0,396	0,95
MC2010		347,09	0,93		0,373	1,01
Model AT		330,85	0,98		0,399	0,94

Tab. 6.6 Srovnání výsledků pro jednotlivé varianty výpočtu dle materiálových vlastností

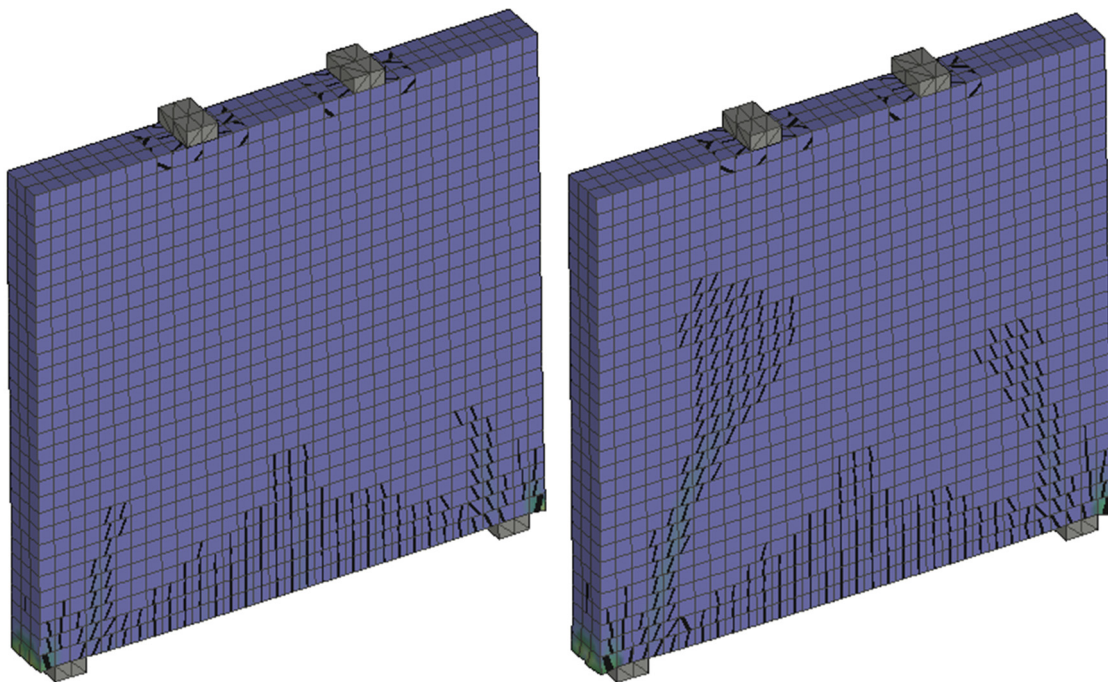
Ze srovnání výsledků lze konstatovat, že numerický model vystihuje průběh experimentu a větší rozdíly v zatěžovacích diagramech jsou až v oblasti maximální únosnosti, kdy výstižnost numerického modelu je závislá na parametrech, které se u konkrétního modelu dopočítaly dle modelu AT nebo MC2010.



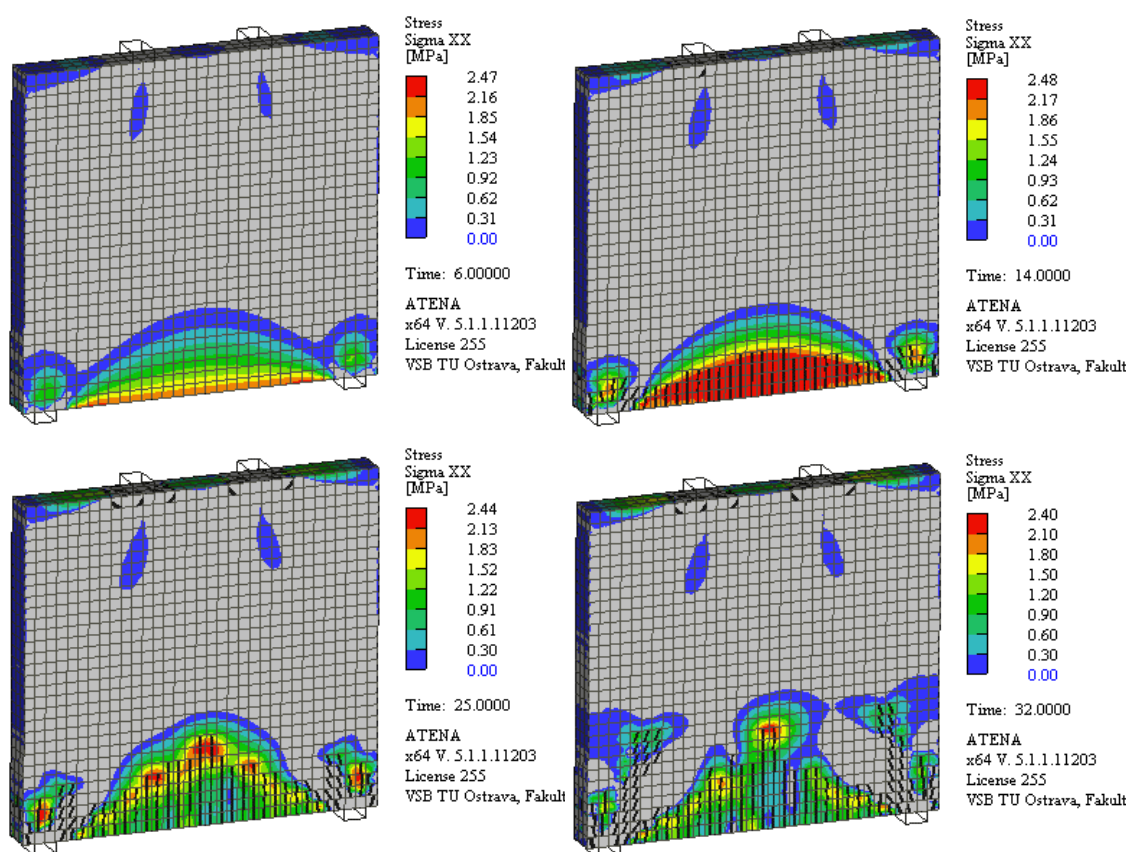
Obr. 6.12 Zatěžovací diagramy pro jednotlivé varianty dle způsobu zatěžování

Zatížení	Maximální zatížení nosníku			Průhyb uprostřed stěny		
	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,vypocet}$ [kN]	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$	$u_{u,exp}$ [mm]	$u_{u,vypocet}$ [mm]	$\frac{u_{u,exp}}{u_{u,vypocet}}$
Silové	322,58	330,00	0,98	0,376	0,365	1,03
Deformační		332,49	0,97		0,396	0,95

Tab. 6.7 Porovnání vypočtených výsledných hodnot s experimentem dle typu zatížení



Obr. 6.13 Trhliny na konstrukci při silovém zatížení. Vlevo jsou vykresleny trhliny při maximální únosnosti, vpravo trhliny pro následný krok



Obr. 6.14 Napětí σ_x a trhliny na konstrukci při deformačním zatížení pro vybrané zatěžovací kroky

6.4 Spojitá deska

6.4.1 Popis experimentu

Jedná se o spojitou desku o dvou polích, která byla analyzována dle údajů z proběhlých zkoušek uvedených ve zkušebním protokolu [22] od autorů Ivo Niederbergerga a Karla Thomana. Experiment byl proveden z důvodu ověření deformační kapacity desky při použití výztuže s třídou tažnosti A. Dle Německých norem je přípustné použití výztuže s tažností třídy A v nosném prvku pouze pokud je dostatečně odůvodněná experimentem nebo teorií [22]. Průběh zkoušky je zachycen na obr. 6.15.

Půdorysné rozměry desky jsou 8 800 x 4 400 mm a tloušťka desky byla 200 mm. Deska byla po obvodu kloubově uložena na 36 podporách. Vnitřní liniová podpora byla umístěna ve středu delšího rozpětí a tvoří ji 5 lokálních podpor. Zatížení desky bylo symetrické, na každé polovině desky bylo umístěno 16 bodových sil, které byly od středu desky vyoseny, tak aby byl více zatížen vnější okraj desky. Podrobně je umístění zatížení a podpor vykresleno na obr. 6.16.



Obr. 6.15 Průběh zkoušky [22]

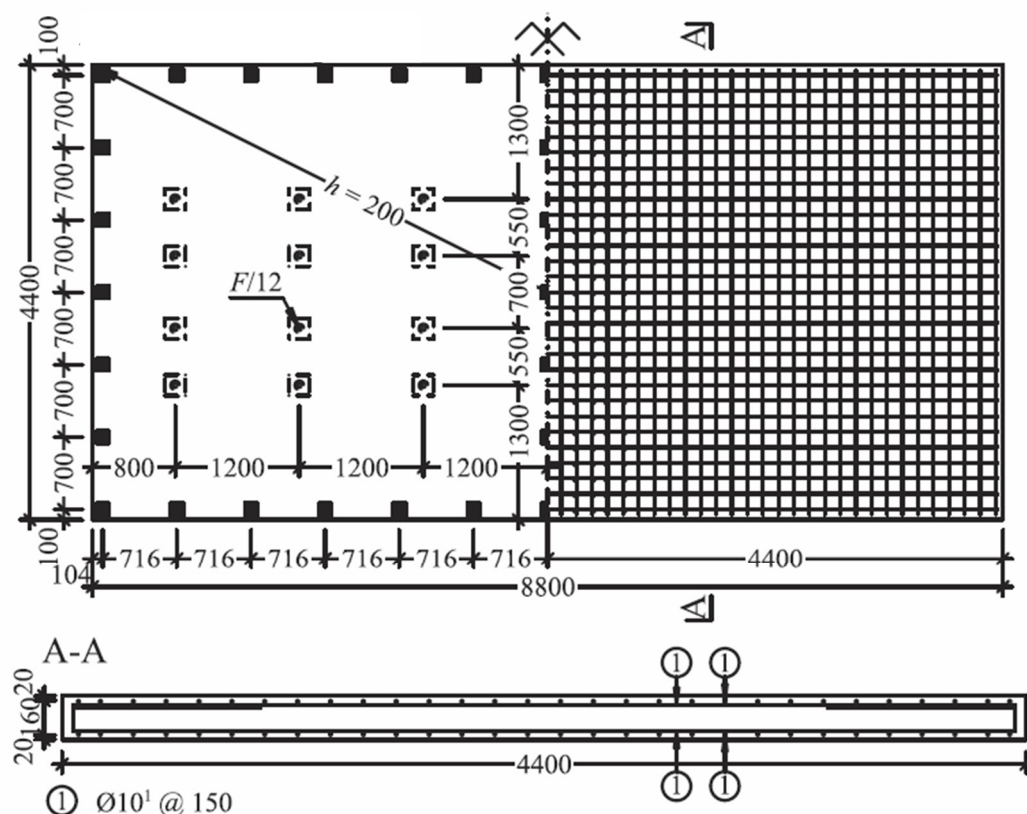
Vlastnosti betonu, které byly použity pro výpočet, jsou uvedeny v tab. 6.8. Některé vlastnosti, jako pevnost betonu v tlaku a modul pružnosti betonu, byly laboratorně zjištěny na zkušebních tělesech, proto nejsou dopočítávány [22]. Další potřebné vlastnosti betonu jsou dopočteny pomocí doporučení modelu AT a MC2010.

Vlastnosti ocelového výztuže byly uvažovány následující: modul pružnosti $E_s = 200$ GPa a mez pružnosti $f_c = 500$ MPa. Výztuž se nacházela při dolním a horním povrchu, vzdálenost jednotlivých prutů výztuže byla 150 mm, průměr všech prutů

výztuže byl 10 mm. Dále byla deska po obvodě vyztužena smykovou výztuží, kterou tvořily pruty výztuže o průměru 10 mm ve vzdálenostech 150 mm. Schéma výztuže je uvedeno na obr. 6.16.

		Experiment	MC2010	Model AT
E_c	[MPa]	22 900		
ν	[-]	0,20		
F_c	[MPa]	28,61		
F_t	[MPa]	-	1,96	2,50
G_f	[N/m]	-	134	63

Tab. 6.8 Vlastnosti benou pro výpočet



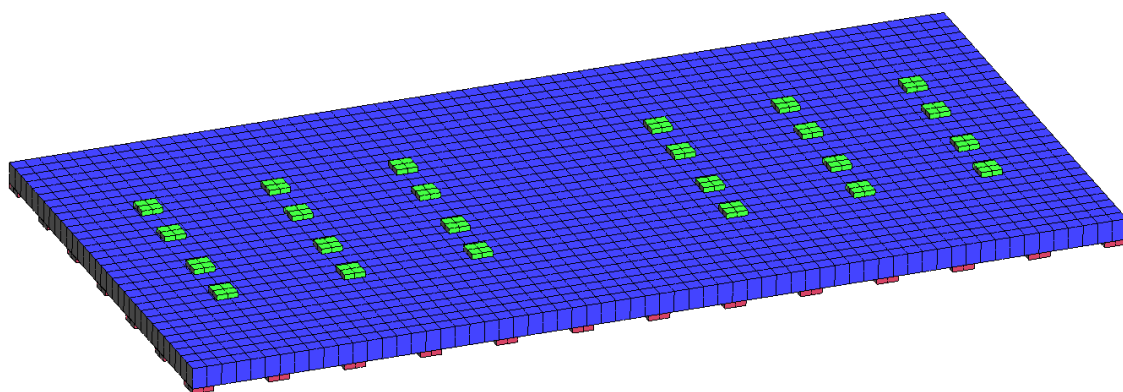
Obr. 6.16 Schéma experimentu a výztuže [29]

6.4.2 Popis modelu

Pro model desky byl zvolen skořepinový konečný prvek ve tvaru kváдру o půdorysné velikosti hrany přibližně 140 mm a tloušťce 200 mm (celý model desky 2048 prvků). Pro skořepinový prvek bylo nastaveno 10 vrstev. Beton byl modelován pomocí materiálového modelu 3D Non Linear Cementitious 2 [12]. Výztuž byla modelována

pomocí prutových prvků a byl použit bilineární pružnoplastický materiál. Vykreslení modelu desky je na obr. 6.17.

Zatížení bylo vnášeno přes ocelové destičky, tak aby se omezilo lokální působení zatížení. Po okraji byla deska podepřena pomocí ocelových podložek, které byly podepřeny proti svislému posunu. Destičky tvořící střední podporu mezi dvěma poli desky jsou zajištěny proti vodorovnému posunu v obou směrech. Zatěžovací i podporové destičky byly v modelu spojeny s betonovou deskou pevným kontaktem. Svislá deformace byla měřena ve středu desky, tak aby lokalita monitoru souhlasila s místem měření při experimentu.



Obr. 6.17 Model desky se zobrazenými konečnými prvky

6.4.3 Výpočet

Byly spočteny dvě varianty. První varianta byla vypočtena pro vlastnosti betonu podle modelu AT a druhá varianta byla spočtena pomocí MC2010. Dále se varianty lišily velikostí zatěžovacího kroku. Zatížení bylo vneseno na místech dle schématu na obr. 6.16. U varianty MC2010 probíhalo zatěžování silově s velikostí jednoho zatěžovacího kroku 3,125 kN pro každé zatěžovací místo, celkem tedy se polovina desky v jednom kroku zatížila silou 50 kN. Varianta s modelem AT byla vypočtena pro zatěžovací krok 1,56 kN na jedno zatěžovací místo, což znamená celkové zatížení 25 kN na jedno pole desky v jednom zatěžovacím kroku. Metoda řešení nelineárního výpočtu byla zvolena Newton-Rabsonova, při maximu 50 iteracích v jednom kroku.

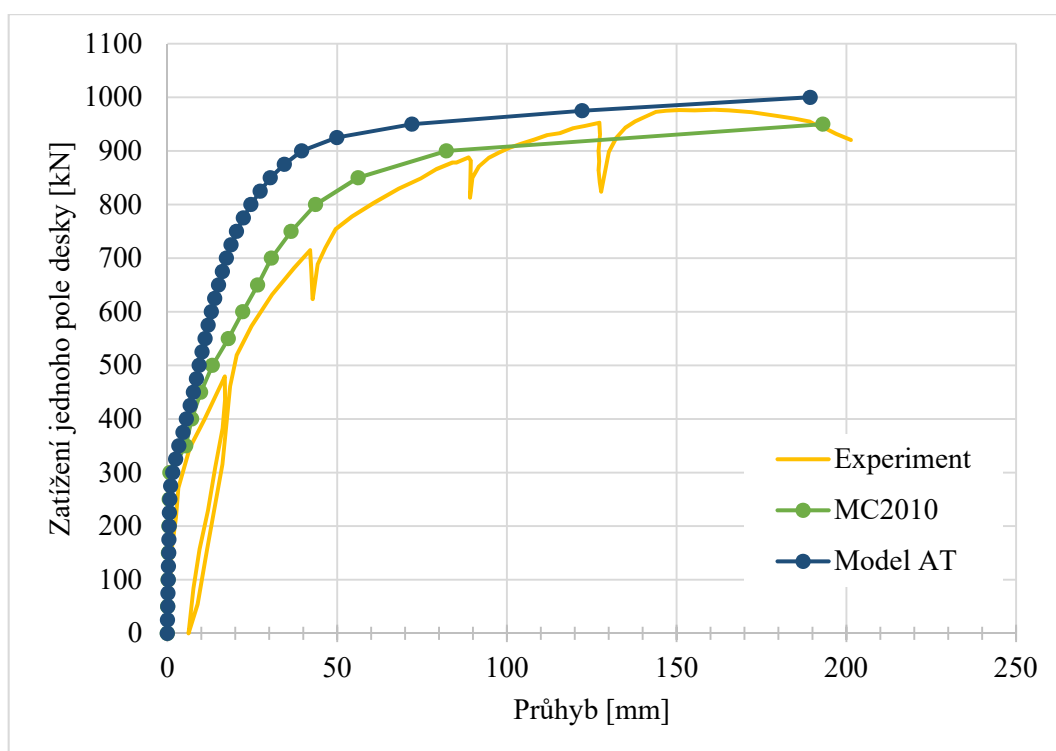
6.4.4 Výsledky

Cílem provedených numerických výpočtů bylo určení maximální zatížitelnosti desky a srovnání průběhů zatěžovacích diagramů jednotlivých variant vstupních hodnot materiálů s experimentem. Srovnání výsledných zatěžovacích diagramů je uvedeno na obr. 6.18. Vzniklé trhliny při maximálním zatížení pro variantu modelu AT jsou zobrazeny na obr. 6.19. Maximální přenesené zatížení a průhyb pro jednotlivé varianty výpočtu jsou uvedeny v tab. 6.9.

Z dosažených výsledných únosností lze vyhodnotit, že dobrých výsledků bylo dosaženo při použití obou metod dopočtu vlastností betonu. Ovšem v případě hodnot dopočtených podle MC2010 bylo dosaženo větší schody u vzestupné větve zatěžovacího diagramu. U varianty modelu AT došlo k výraznějšímu odklonu vzestupné větve zatěžovací křivky od experimentu. Možnou příčinou je velký poměr mezi dopočtenou lomovou energií a tahovou pevností betonu. I přes odchylky v zatěžovacích křivkách jednotlivých výpočtů, bylo dosaženo téměř shodných výsledných maximálních zatížení.

Varianta	Maximální zatížení jednoho pole desky			Průhyb uprostřed pole desky		
	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,vypocet}$ [kN]	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$	$u_{u,exp}$ [mm]	$u_{u,vypocet}$ [mm]	$\frac{u_{u,exp}}{u_{u,vypocet}}$
MC2010	977	975	1,00	150,75	160,27	0,94
Model AT		950	1,03		189,22	0,80

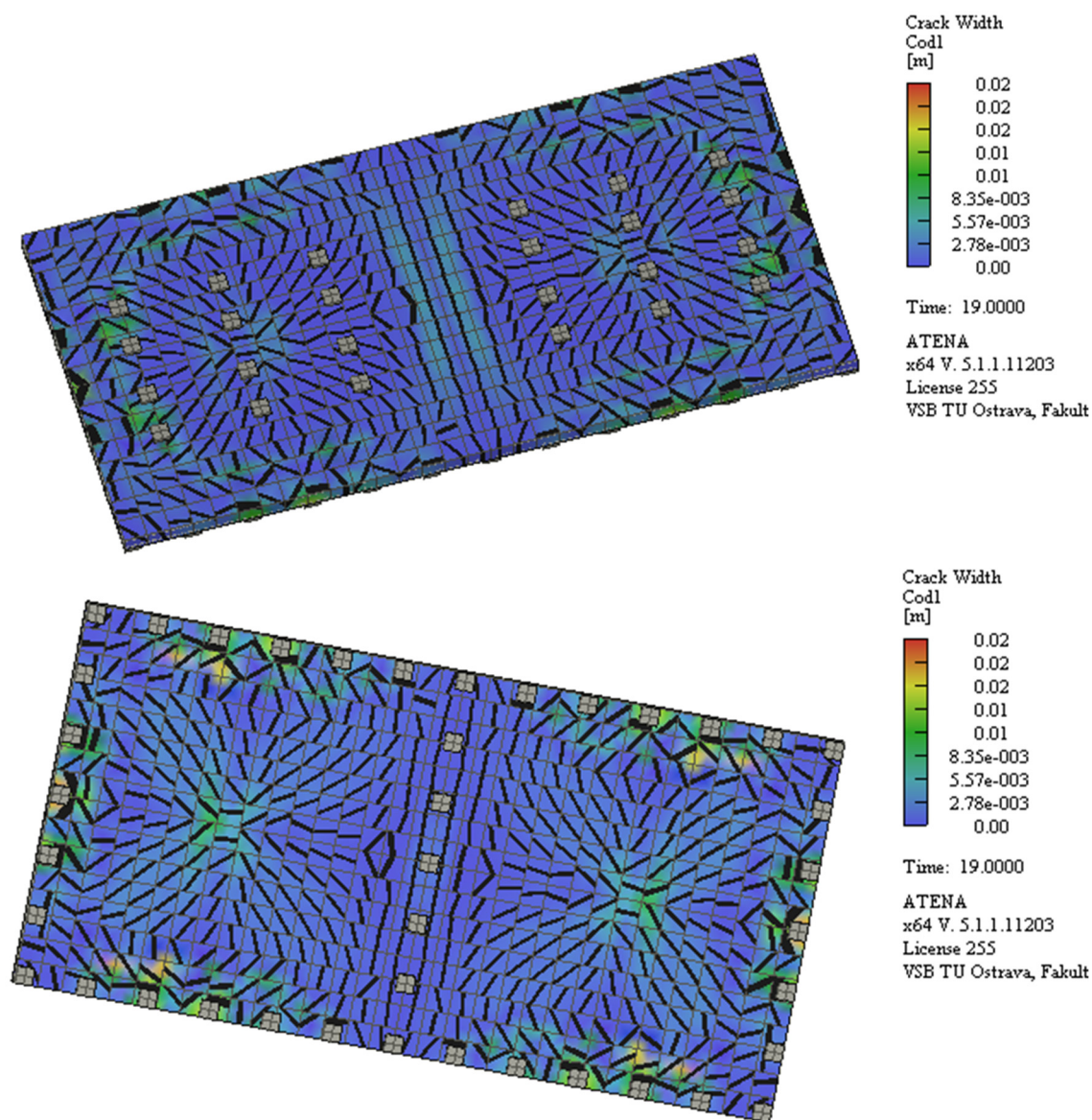
Tab. 6.9 Výsledné maximální únosnosti pro jednotlivé varianty výpočtu dle materiálových vlastností



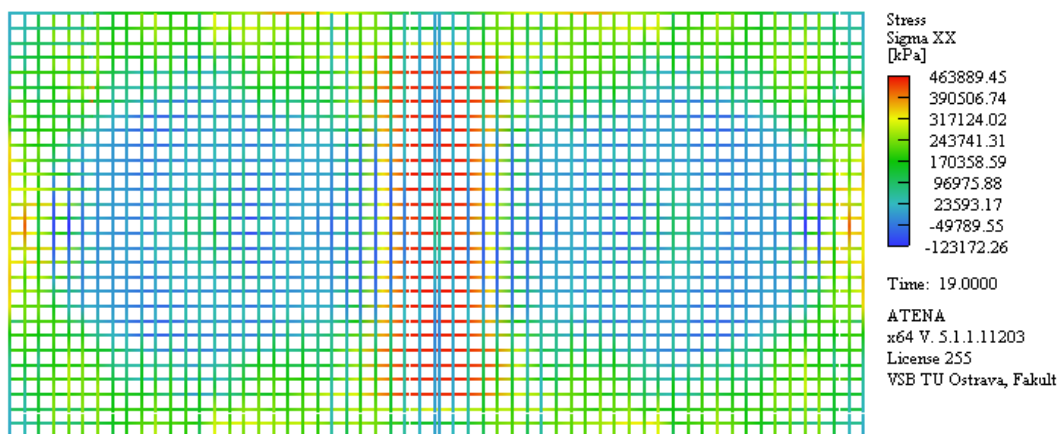
Obr. 6.18 Srovnání zatěžovacích diagramů pro jednotlivé varianty vlastností betonu

V průběhu výpočtu varianty MC2010 začínají v první fázi vznikat trhliny ve středu desky při dolní okraji. Následně se trhliny rozšiřují a dále šíří k okrajům desky, kdy se začínou tvořit trhliny v diagonálách desky způsobené krouticími momenty. Z průběhu experimentu je patrné, že deska byla schopna přenést značné průhyby. Díky hustému vyztužení nastává kolaps konstrukce z důvodu přetržení vodorovné výztuže v poli pod

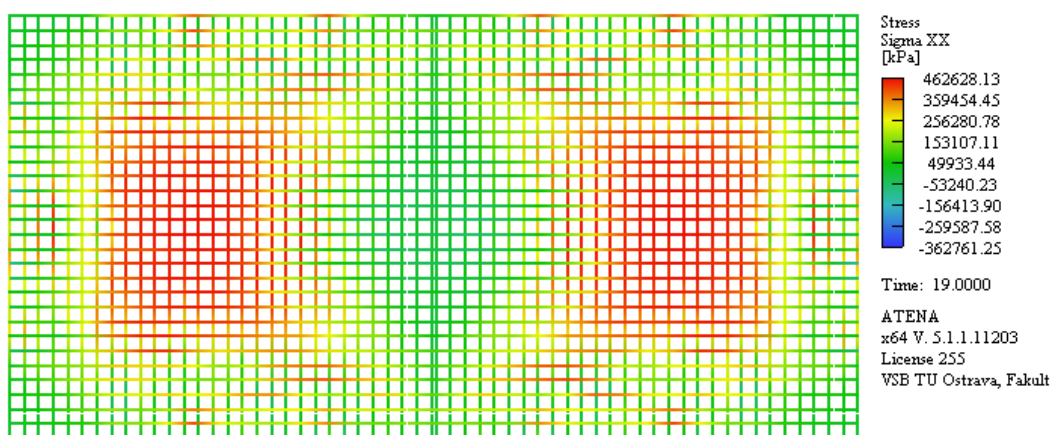
lokálními silami. Pro variantu modelu AT nastává kolaps při přetržení smykové výztuže u okraje desky tedy nad lokální podporou ve středu kratšího čela desky. Dojde tedy k propíchnutí desky. Napětí ve výztuži pro variantu AT je zobrazeno na obr. 6.20 a obr. 6.21. Z těchto napětí vyplývá, že pokud by nedošlo k přetržení smykové výztuže, došlo by při dalším přetížení konstrukce k přetržení nadpodporové výztuže nebo výztuže v poli.



Obr. 6.19 Šířka trhlin na horním a dolním povrchu při maximálním zatížení pro model AT



Obr. 6.20 Napětí ve výztuži u horního povrchu
v kroku před kolapsem konstrukce pro variantu AT



Obr. 6.21 Napětí ve výztuži u dolního povrchu
v kroku před kolapsem konstrukce pro variantu AT

6.5 Železobetonové nosníky

6.5.1 Popis experimentu

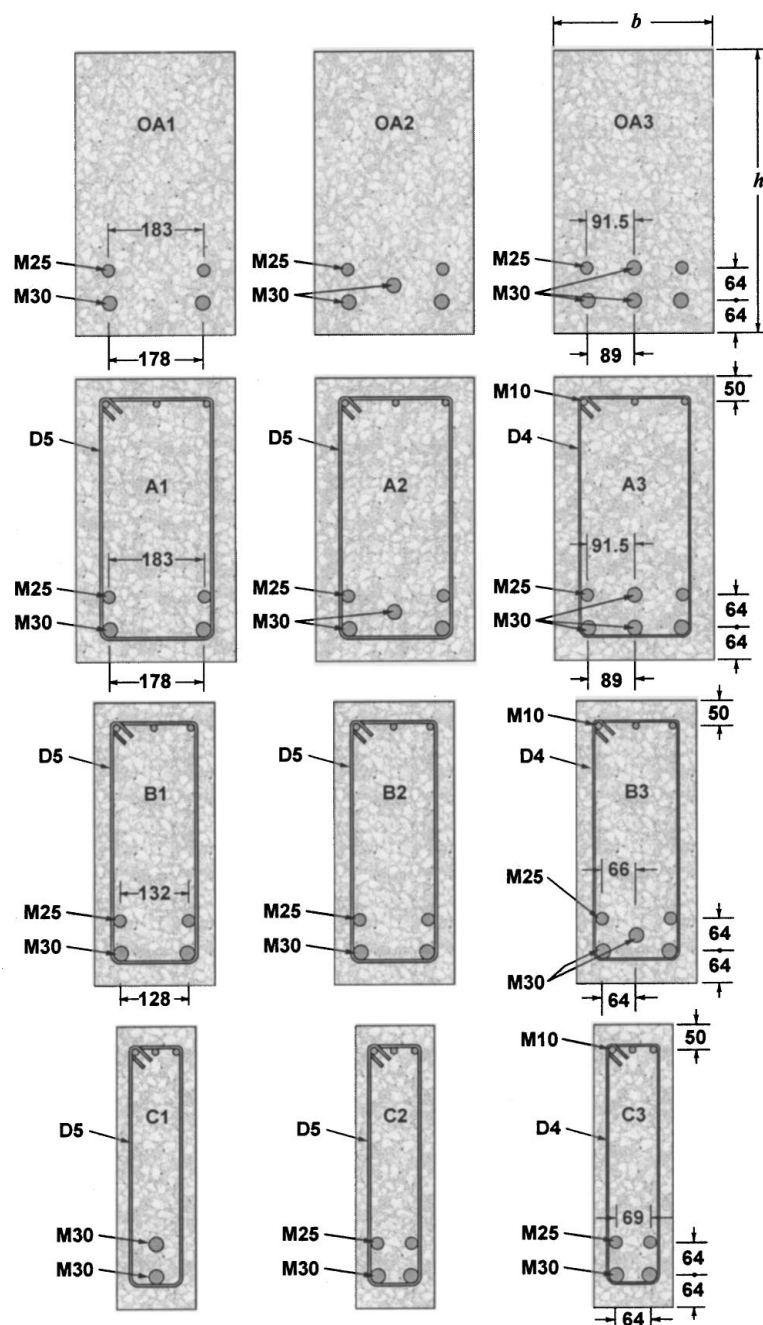
Zvolené nosníky byly testovány v rámci experimentálních programů provedených Bresler-Scordelis v roce 1963 a následně Vecchio a Shim v roce 2004 [30]. Pro oba experimentální programy byly výchozí parametry zkoušek velice podobné. Z tohoto důvodu se při dalším popisu a modelování vychází z nosníku provedených Vecchio a Shim. Experimentální programy zahrnují čtyři série železobetonových nosníků obdélníkového průřezu zobrazených na obr. 6.22.

Jednotlivé série se liší množstvím a typem výztuže. Každá série obsahuje tři nosníky různých délek. Nosníky byly ve všech případech určeny pro tříbodovou zkoušku na ohyb. Schéma zkoušky je zobrazeno na obr. 6.23. Základní parametry nosníků jsou uvedeny v tab. 6.10 a tab. 6.11. Zkoušky nosníků jsou doplněny o standardizované zkoušky betonu v tab. 6.12 a výztuže tab. 6.13. V tab. 6.12 jsou uvedeny vlastnosti betonu použité pro výpočet, pevnost v tahu a modul pružnosti byly převzaty z hodnot experimentu a hodnoty tahové pevnosti a lomové energie byly dopočteny pomocí modelu MC2010. Uvedené nosníky mají také podrobně zdokumentováno výrobu a průběh zkoušek ve zdrojových článcích [30]. V průběhu zkoušek nosníků se zaznamenávaly zatěžovací diagramy.

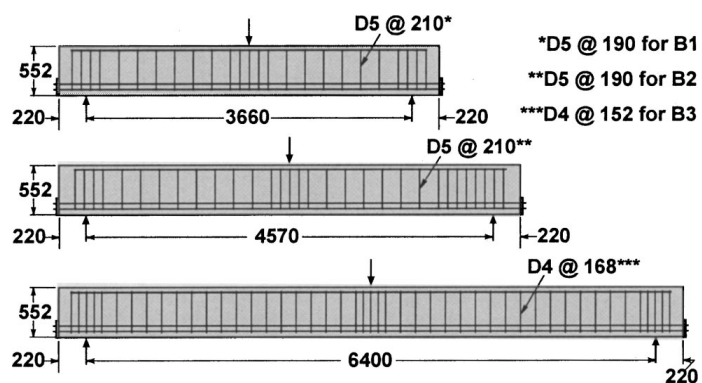
6.5.2 Popis modelu

Prostorový model nosníků je vytvořen z krychlených prvků o straně přibližně 75 mm. Výztuž byla modelována pomocí prutových prvků s využitím modelu bilineárního pružnoplastického materiálu. Pro beton byl využit materiálový model 3D Non Linear Cementitious 2 [12].

Zatížení bylo vnášeno přes ocelové destičky, tak aby se omezilo lokálnímu působení zatížení. Podložky a zatěžovací destička byly modelovány pomocí lineárně pružného materiálu $E = 200$ GPa. Mezi nosníkem a destičkami byl nastaven pevný kontakt. Na obě podporové podložky byly na osu umístěny podpory ve svislém směru a na jednu z destiček byla umístěna také podpora ve vodorovném směru nosníku. Svislá deformace byla měřena ve středu rozpětí nosníku.



Obr. 6.22 Průřezy a vyztužení jednotlivých nosníků [30]



Obr. 6.23 Schéma uložení a vyztužení jednotlivých nosníků [30]

Označení	b [mm]	h [mm]	d [mm]	L [mm]	Rozpon [mm]
OA1	305	552	457	4 100	3 660
OA2	305	552	457	5 010	4 570
OA3	305	552	457	6 840	6 400
A1	305	552	457	4 100	3 660
A2	305	552	457	5 010	4 570
A3	305	552	457	6 840	6 400
B1	229	552	457	4 100	3 660
B2	229	552	457	5 010	4 570
B3	229	552	457	6 840	6 400
C1	152	552	457	4 100	3 660
C2	152	552	457	5 010	4 570
C3	152	552	457	6 840	6 400

Tab. 6.10 Rozměry nosníků

Označení	Dolní výztuž	Horní výztuž	Smyková výztuž
OA1	2 M30, 2 M25	–	–
OA2	3 M30, 2 M25	–	–
OA3	4 M30, 2 M25	–	–
A1	2 M30, 2 M25	3 M10	D5 po 210
A2	3 M30, 2 M25	3 M10	D5 po 210
A3	4 M30, 2 M25	3 M10	D4 po 168
B1	2 M30, 2 M25	3 M10	D5 po 190
B2	2 M30, 2 M25	3 M10	D5 po 190
B3	3 M30, 2 M25	3 M10	D4 po 168
C1	2 M30	3 M10	D5 po 210
C2	2 M30, 2 M25	3 M10	D5 po 210
C3	2 M30, 2 M25	3 M10	D4 po 168

Tab. 6.11 Vyztužení nosníků

Označení	f_c [MPa]	f_t [MPa]	E_c [GPa]	G_F [N/m]
OA1	22,6	1,68	36,500	127,96
OA2	25,9	1,84	32,900	131,13
OA3	43,5	2,60	34,300	144,00
A1	22,6	1,68	36,500	127,96
A2	25,9	1,84	32,900	131,13
A3	43,5	2,60	34,300	144,00
B1	22,6	1,68	36,500	127,96
B2	25,9	1,84	32,900	131,13
B3	43,5	2,60	34,300	144,00
C1	22,6	1,68	36,500	127,96
C2	25,9	1,84	32,900	131,13
C3	43,5	2,60	34,300	144,00

Tab. 6.12 Charakteristiky betonu pro nosníky

Označení	d_s [mm]	A_s [mm ²]	f_y [MPa]	f_u [MPa]	E_s [GPa]
M10	11,3	100	315	460	200
M25/A¹	25,2	500	440	615	210
M25/B²	25,2	500	445	680	220
M30	29,9	700	436	700	200
D4	3,7	25,7	600	651	200
D5	6,4	32,2	600	649	200

Tab. 6.13 Charakteristiky výztužných prutů

6.5.3 Výsledky

Vzájemné porovnání zatěžovacích diagramů získaných z experimentů s výpočtem je na obr. 6.24 a obr. 6.25, v grafech jsou jednotlivé zatěžovací křivky označeny. Podrobné porovnání hodnot maximální únosnosti dosažených výpočtem a experimenty provedenými Vecchio a Shim jsou v tab. 6.14. Další srovnání s experimenty provedených Breslerem-Scordelisem jsou v tab. 6.15. Na obr. 6.26 až obr. 6.31 jsou vykresleny vzniklé trhliny při maximálním zatížení pro všechny analyzované nosníky.

¹ Pro nosníky z 2. série (OA2, A2, B2 a C2).

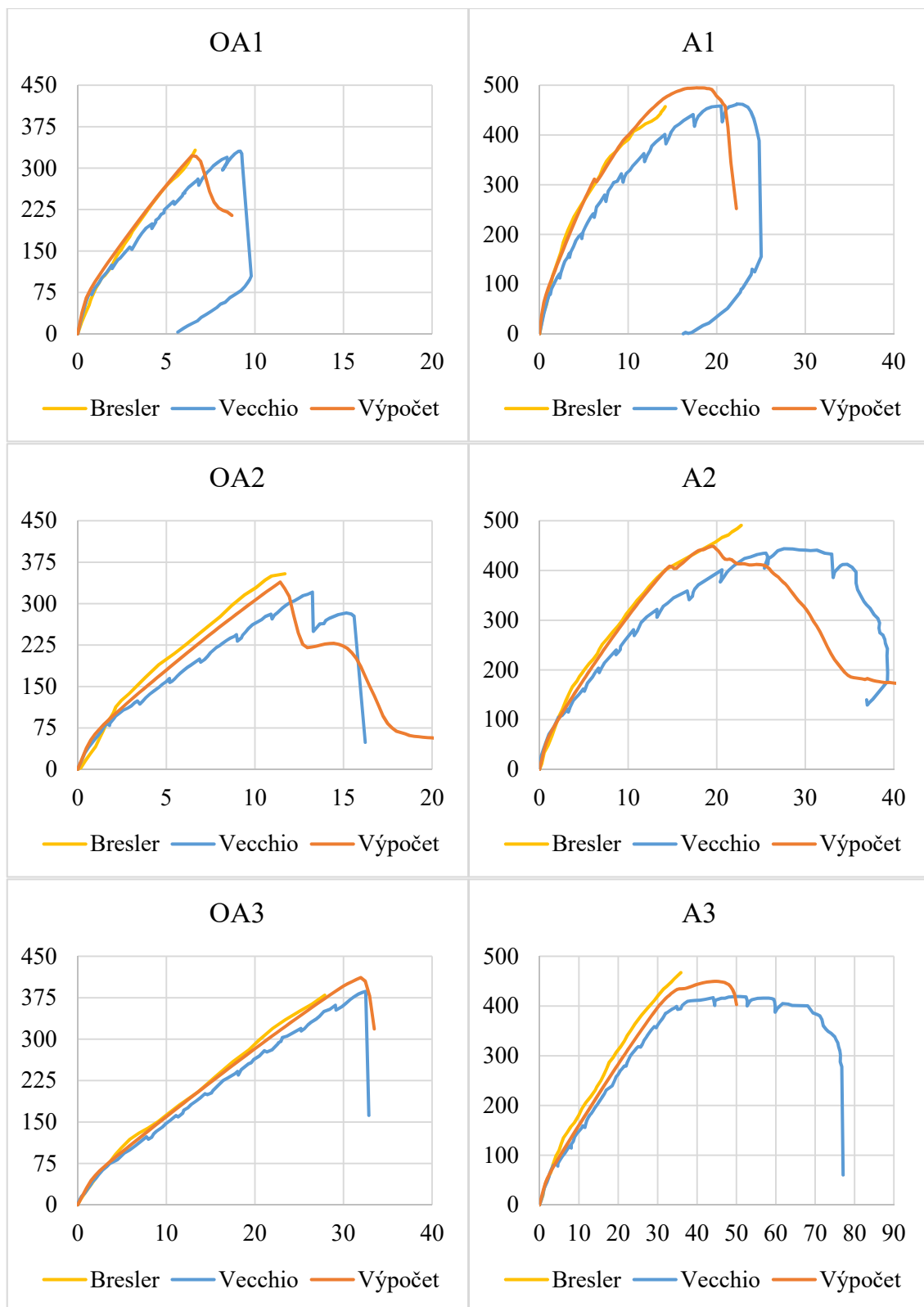
² Pro nosníky z 1. a 3. série (OA1, A1, B1 a C1; OA3, A3, B3 a C3)

Označení	Maximální zatížení nosníku			Průhyb uprostřed nosníku		
	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,vypocet}$ [kN]	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$	$u_{u,exp}$ [mm]	$u_{u,vypocet}$ [mm]	$\frac{u_{u,exp}}{u_{u,vypocet}}$
OA1	331	322	1,03	9,1	6,4	1,42
OA2	320	339	0,94	13,2	11,4	1,15
OA3	385	412	0,94	32,4	32,0	1,01
A1	459	491	0,93	18,8	18,4	1,02
A2	439	448	0,98	29,1	19,7	1,48
A3	420	449	0,94	51,0	45,5	1,12
B1	434	420	1,03	22,0	14,0	1,58
B2	365	371	0,98	31,6	20,8	1,52
B3	342	325	1,05	59,6	33,0	1,81
C1	282	270	1,05	21,0	14,5	1,45
C2	290	278	1,04	25,7	18,5	1,39
C3	265	266	1,00	44,3	39,6	1,12
Průměr			0,99			1,34

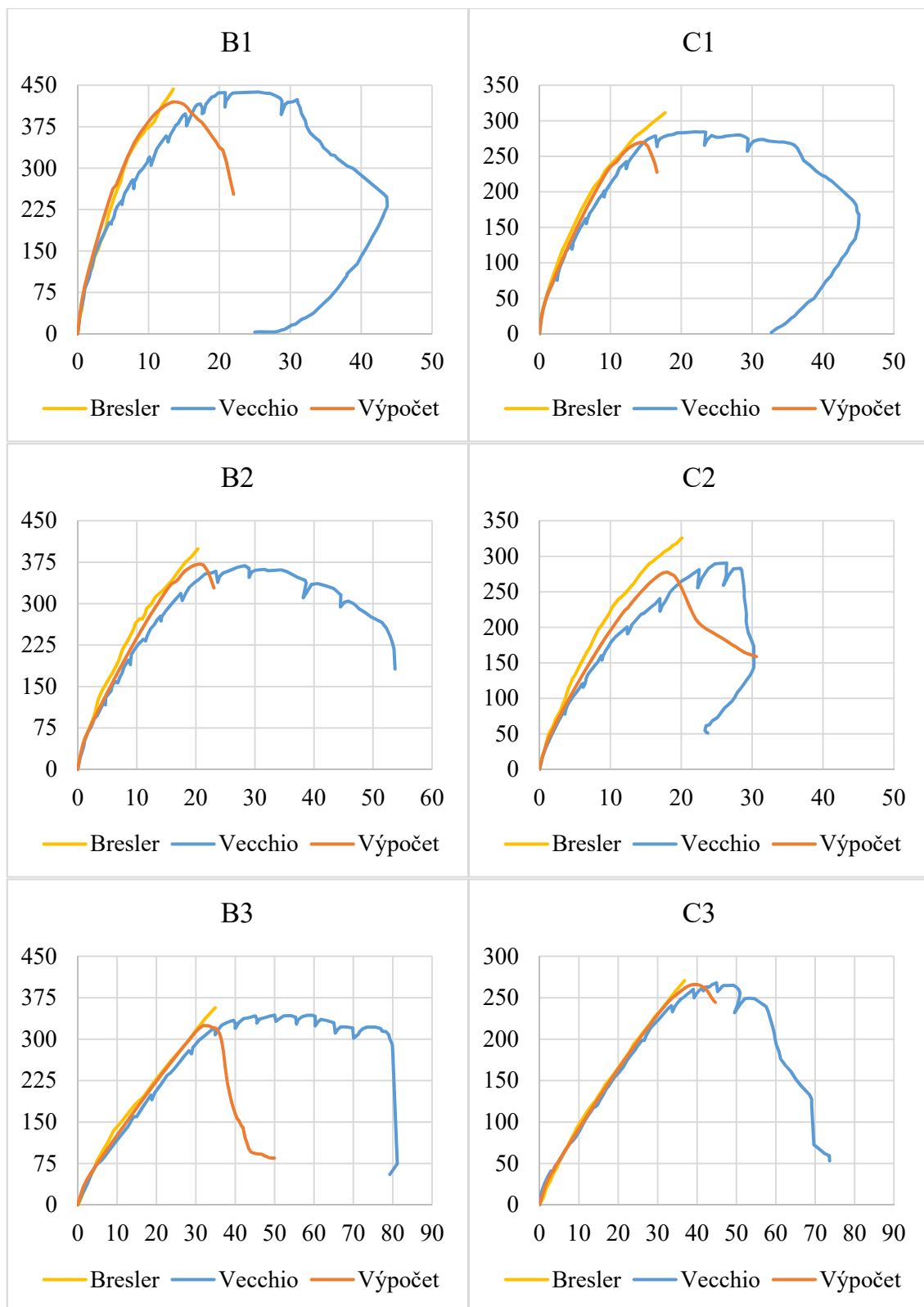
Tab. 6.14 Porovnání vypočtených výsledných hodnot s experimenty Vecchio a Shim

Označení	Maximální zatížení nosníku			Průhyb uprostřed nosníku		
	$P_{u,exp}$ [kN]	$P_{u,vypocet}$ [kN]	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$	$u_{u,exp}$ [mm]	$u_{u,vypocet}$ [mm]	$\frac{u_{u,exp}}{u_{u,vypocet}}$
OA1	334	322	1,04	6,6	6,4	1,03
OA2	356	339	1,05	11,7	11,4	1,03
OA3	378	412	0,92	27,9	32,0	0,87
A1	468	491	0,95	14,2	18,4	0,77
A2	490	448	1,09	22,9	19,7	1,16
A3	468	449	1,04	35,8	45,5	0,79
B1	446	420	1,06	13,7	14,0	0,98
B2	400	371	1,08	20,8	20,7	1,00
B3	356	325	1,10	35,3	33,0	1,07
C1	312	270	1,16	17,8	14,5	1,23
C2	324	278	1,17	20,1	18,5	1,09
C3	270	266	1,02	36,8	39,6	0,93
Průměr			1,06			1,01

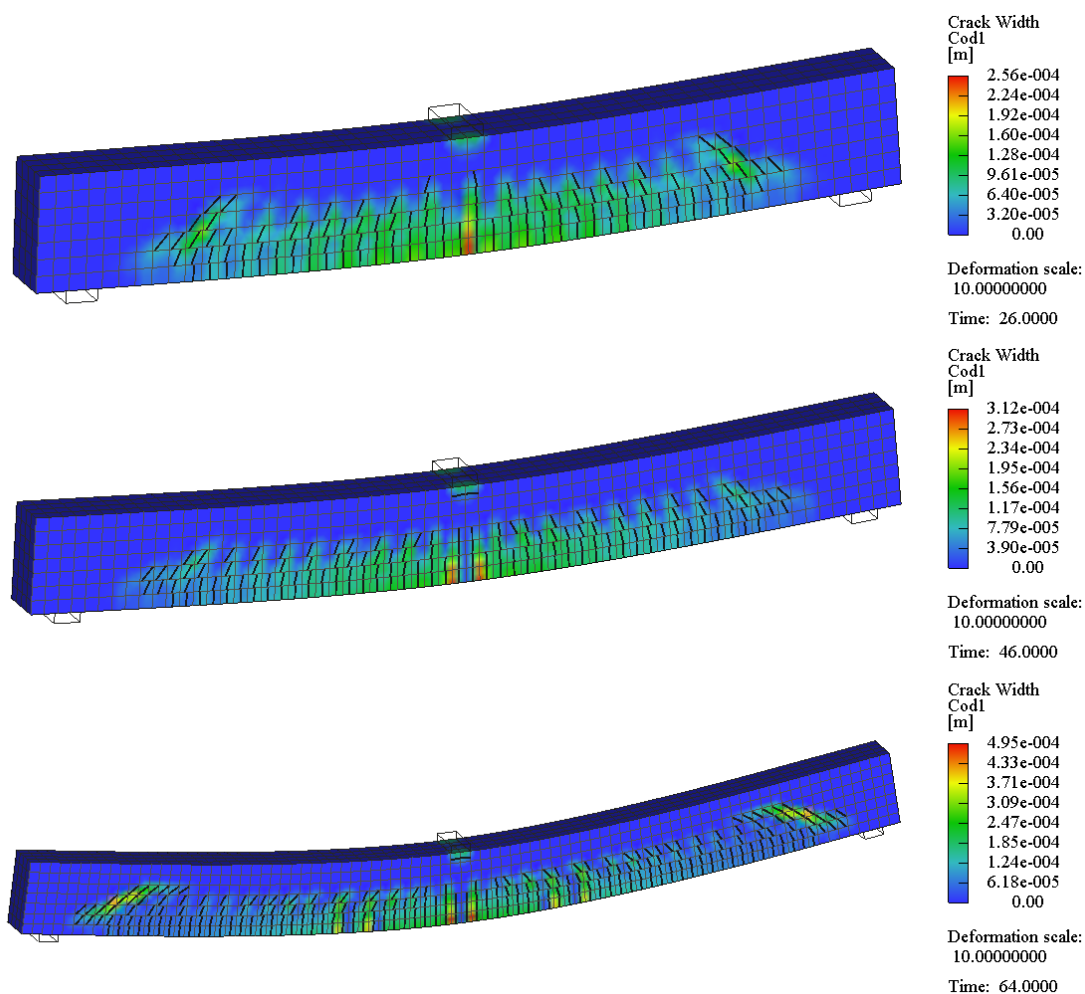
Tab. 6.15 Porovnání vypočtených výsledných hodnot s experimenty Bresler-Scordelis



Obr. 6.24 Zatěžovací diagramy pro série OA a A
(na svislé ose: Zatížení [kN]; na vodorovné ose: svislý průhyb uprostřed nosníku [mm])



Obr. 6.25 Výsledné zatěžovací diagramy pro série B a C
(na svislé ose: zatížení [kN]; na vodorovné ose: svislý průhyb uprostřed nosníku [mm])

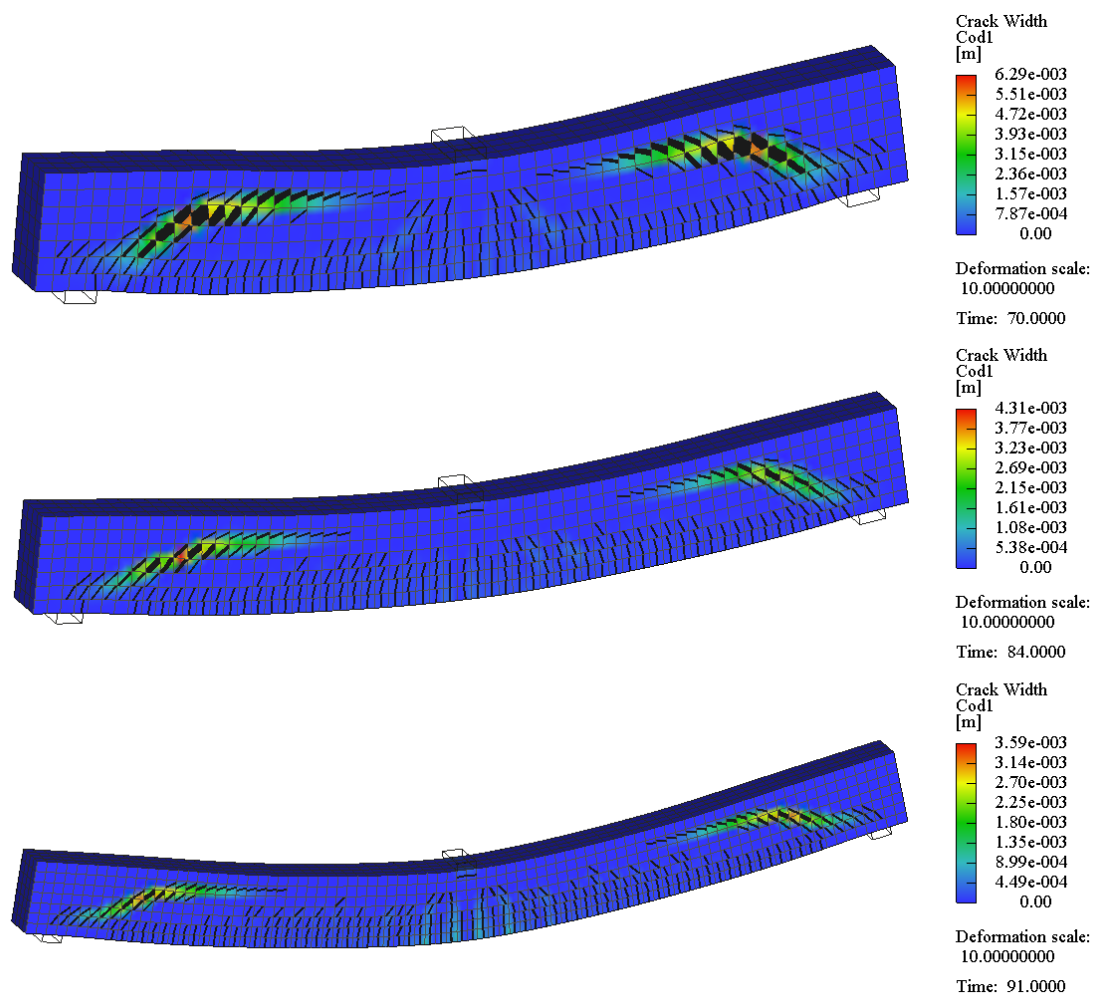


Obr. 6.26 Vykreslení trhlin při maximálním zatížení pro sérii nosníků OA

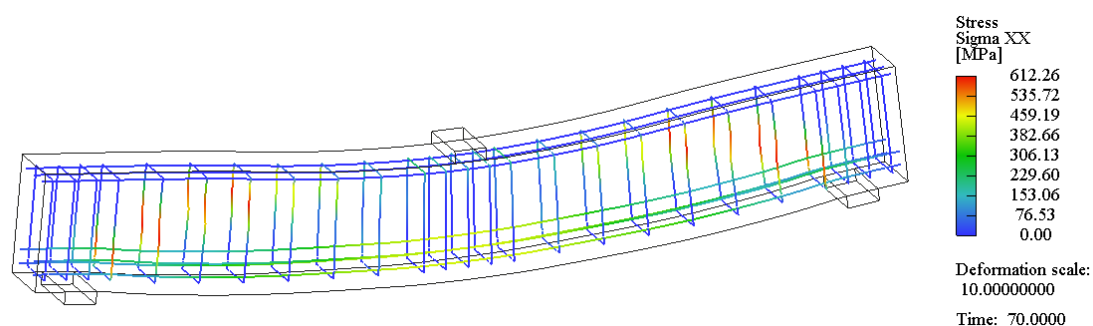
Nosníky ze série OA jsou stejné geometrie jako nosníky série A s tím rozdílem, že nosníky série OA nejsou vyztuženy smykovou výztuží. Z porovnání maximálních únosností vyplývá, že nosníky vyztužené smykovou výztuží mají únosnost o 25 % větší. Z obrázků obr. 6.26 je patrné, že všechny nosníky OA zkolabovaly díky smykovému porušení tlačené diagonály nosníku. U nosníků OA se při začátku zatěžování nejdříve začaly tvořit trhliny uprostřed rozpětí nosníků a později se začaly šířit k podporám, přitom začínaly vznikat smykové trhliny, které nakonec způsobily kolaps konstrukce. Nejpatrnější smykové trhliny jsou viditelné na nejdelším nosníku ze série OA, z výpočtu vyplynulo také, že právě na tomto nosníku došlo k největšímu rozevření smykových trhlin oproti tomu na nosníku OA1 jsou smykové trhliny méně patrné.

Pro sérii A jsou na obr. 6.27 vykresleny trhliny při maximálním zatížení, tedy před kolapsem, je z nich patrné, že také nosníky série A zkolabovaly z důvodu smykového porušení. Na rozdíl od nosníků OA, kdy došlo k porušení tlačené diagonály a následně ke kolapsu, dochází u nosníků série A ke kolapsu z důvodů překročení meze kluzu ve smykové výztuži a následnému drcení betonu v tlačené oblasti. Překročení meze kluzu dokládá obr. 6.28, na kterém je vykresleno napětí ve výztuži před kolapsem konstrukce.

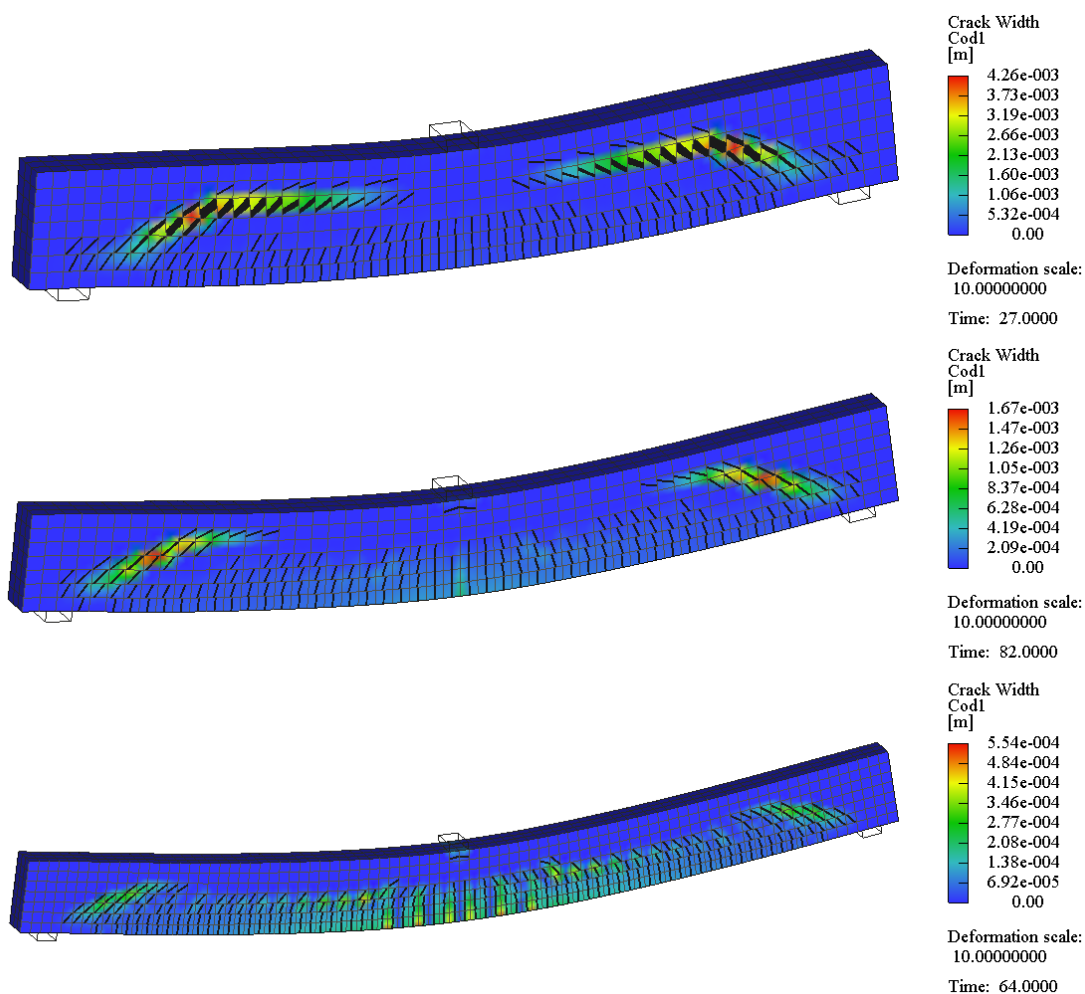
Je patrné, že úroveň napětí ve smykové výztuži je již téměř na mezí pevnosti ($f_u = 615 \text{ MPa}$). Obdobný mechanismus porušení nastal i u obou dalších nosníků série A.



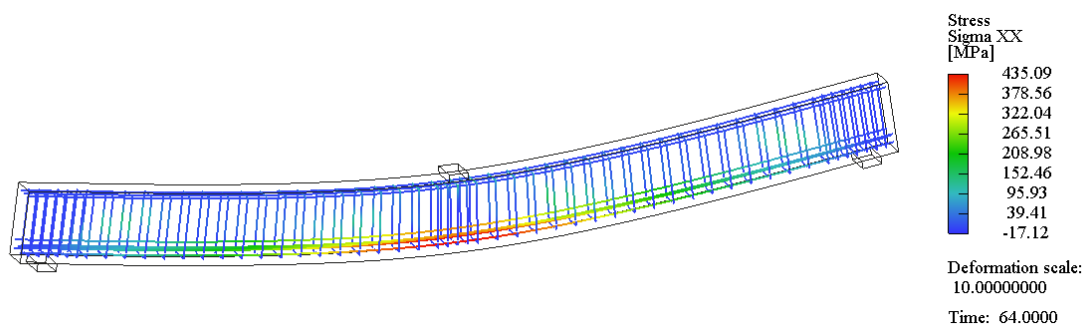
Obr. 6.27 Vykreslení trhlin při maximálním zatížení pro sérii nosníků A



Obr. 6.28 Vykreslení napětí ve výztuži v okamžiku před kolapsem nosníku A1

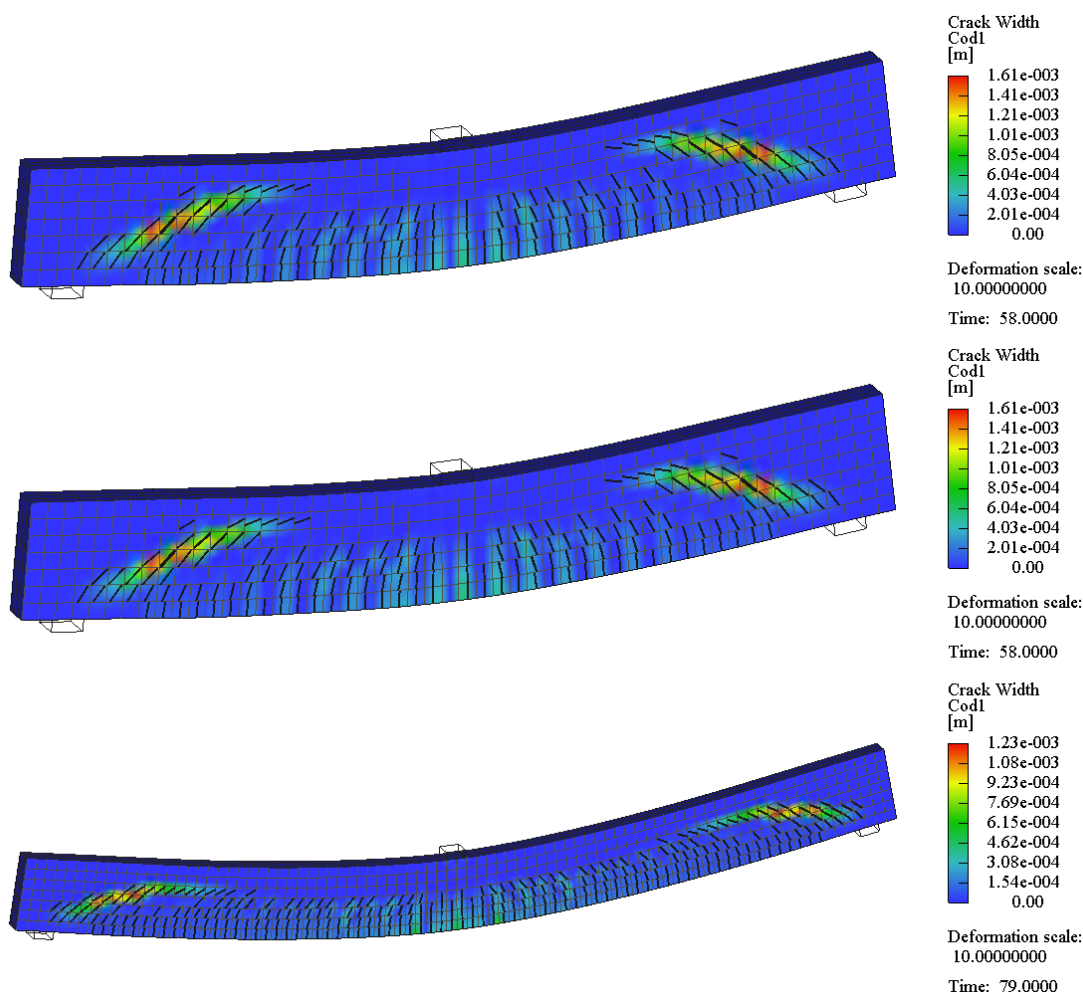


Obr. 6.29 Vykreslení trhlin při maximálním zatížení pro sérii nosníků B



Obr. 6.30 Vykreslení napětí ve výztuži v okamžiku před kolapsem nosníku B3

U následujících dvou sérií (B a C) se opakuje stejný způsob porušení jako u nosníků série A. S tím rozdílem, že u nejdelších variant nosníků došlo ke kolapsu, nikoliv z důvodu smyku, ale z důvodu přerušení hlavní výztuže. Tento stav ilustruje obr. 6.30, který zobrazuje napětí ve výztuži nosníku B3 ve výpočtovém kroku před kolapsem.



Obr. 6.31 Vykreslení trhlin při maximálním zatížení pro sérii nosníků C

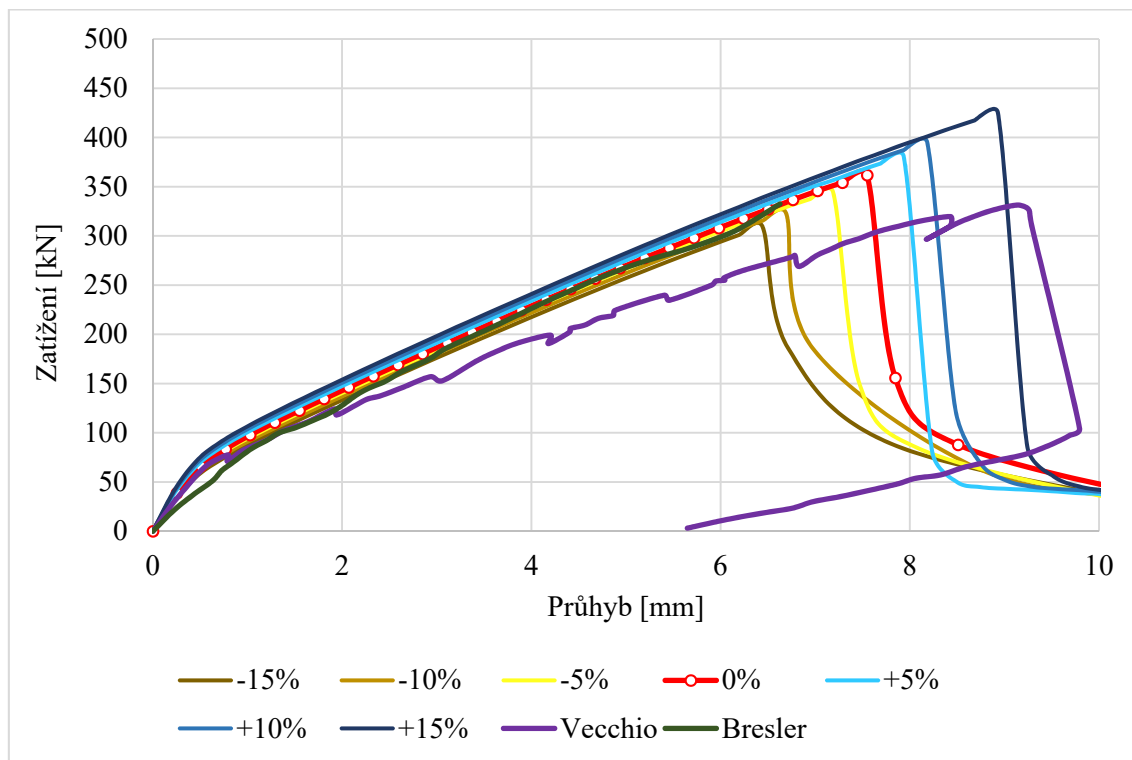
6.5.4 Varianty vstupních veličin betonu

Aby bylo možné určit, jaký vliv na výslednou únosnost mají vybrané vlastnosti betonu, byl každý nosník spočten v 7 různých variantách. Jednotlivé varianty se lišily velikostí hodnot materiálových vlastností betonu. Základem pro všechny výpočty je počáteční varianta, dále označena jako 0 %, pro tuto variantu byly spočteny charakteristiky betonu pomocí postupů dle Model Code 2010 [7]. Další varianty vycházejí z těchto hodnot a to takovým způsobem, že byly všechny vždy o 5 % menší nebo větší než předešlá varianta, viz tab. 6.16.

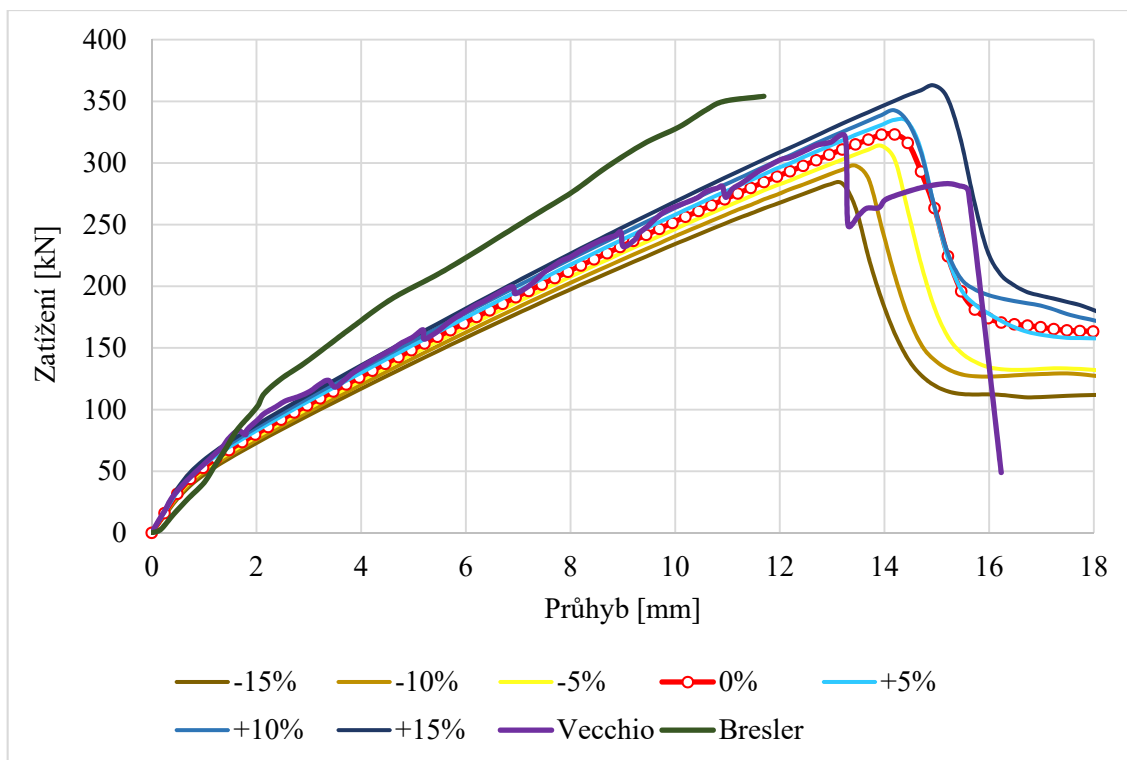
Výsledné zatěžovací diagramy jsou na obr. 6.32 až obr. 6.42. Výsledky jednotlivých variant jsou vzájemně porovnány s počáteční variantou v tabulce tab. 6.17. Z jednotlivých grafů a výsledků v tabulce, lze konstatovat, že změna hodnot parametrů betonu od doporučených hodnot, nemusí přispět ke zvýšení přesnosti výpočtu. Právě proto lze usoudit, že je nejlepší využít doporučených hodnot.

Nosníky	Varianta	E [MPa]	f_c [MPa]	f_t [MPa]	G_F [N/m]
OA1	15%	41400	26,0	1,8	155,3
	10%	39600	24,9	1,8	148,5
	5%	37800	23,7	1,7	141,8
	0%	36000	22,6	1,6	135,0
	-5%	34200	21,5	1,5	128,3
	-10%	32400	20,3	1,4	121,5
	-15%	30600	19,2	1,4	114,8
OA2	15%	37835	29,8	2,0	150,7
	10%	36190	28,5	1,9	144,1
	5%	34545	27,2	1,8	137,6
	0%	32900	25,9	1,7	131,0
	-5%	31255	24,6	1,6	124,5
	-10%	29610	23,3	1,5	117,9
	-15%	27965	22,0	1,4	111,4
OA3	15%	39445	50,0	2,5	165,6
	10%	37730	47,9	2,4	158,4
	5%	36015	45,7	2,3	151,2
	0%	34300	43,5	2,2	144,0
	-5%	32585	41,3	2,1	136,8
	-10%	30870	39,2	2,0	129,6
	-15%	29155	37,0	1,9	122,4

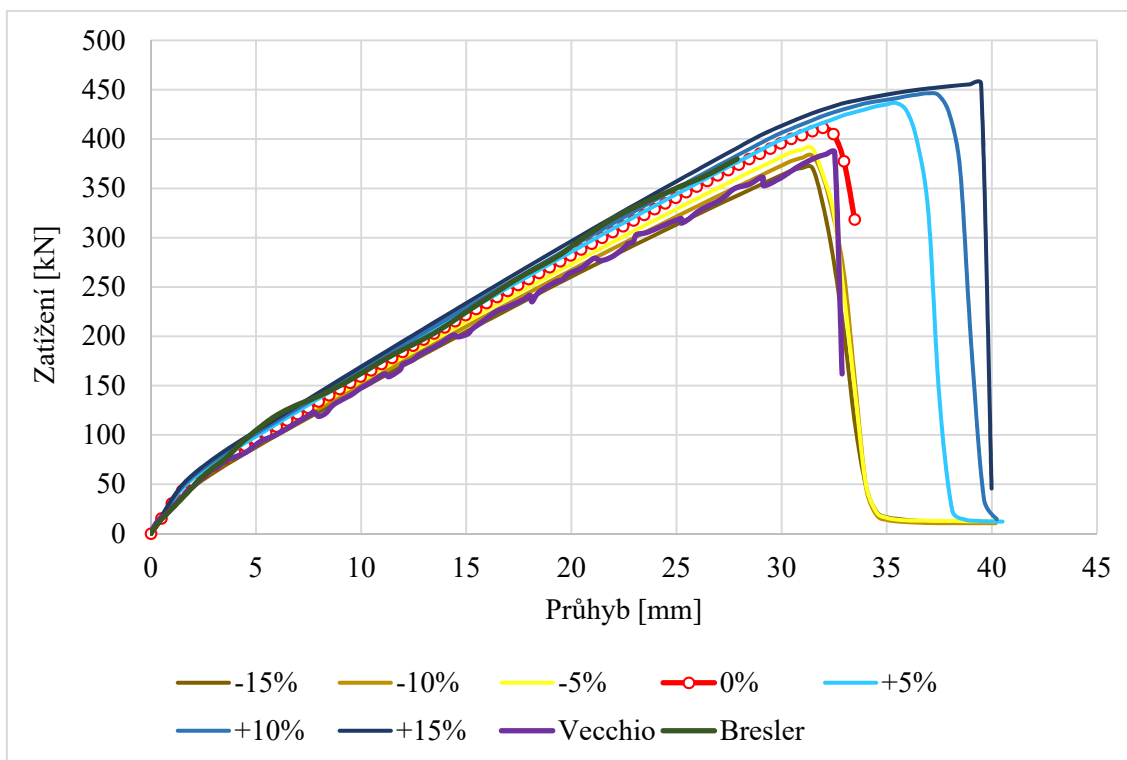
Tab. 6.16 Vlastnosti betonu pro jednotlivé varianty



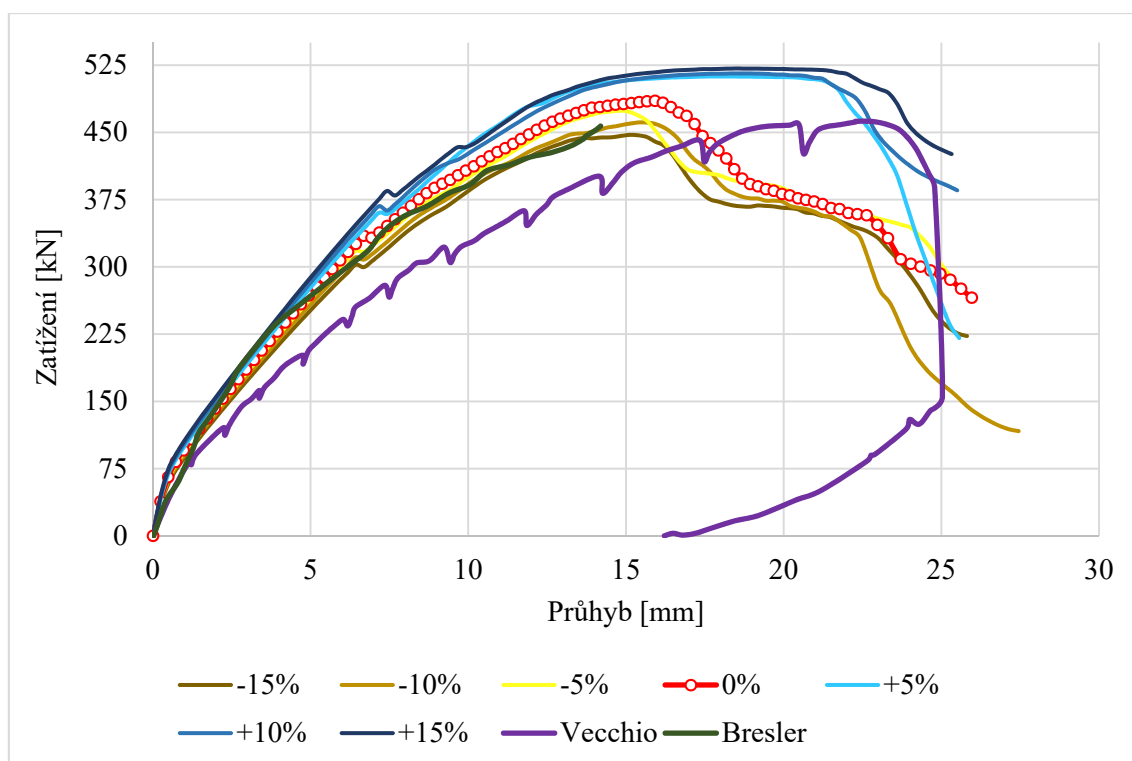
Obr. 6.32 Výsledné LD diagramy pro nosník OA1



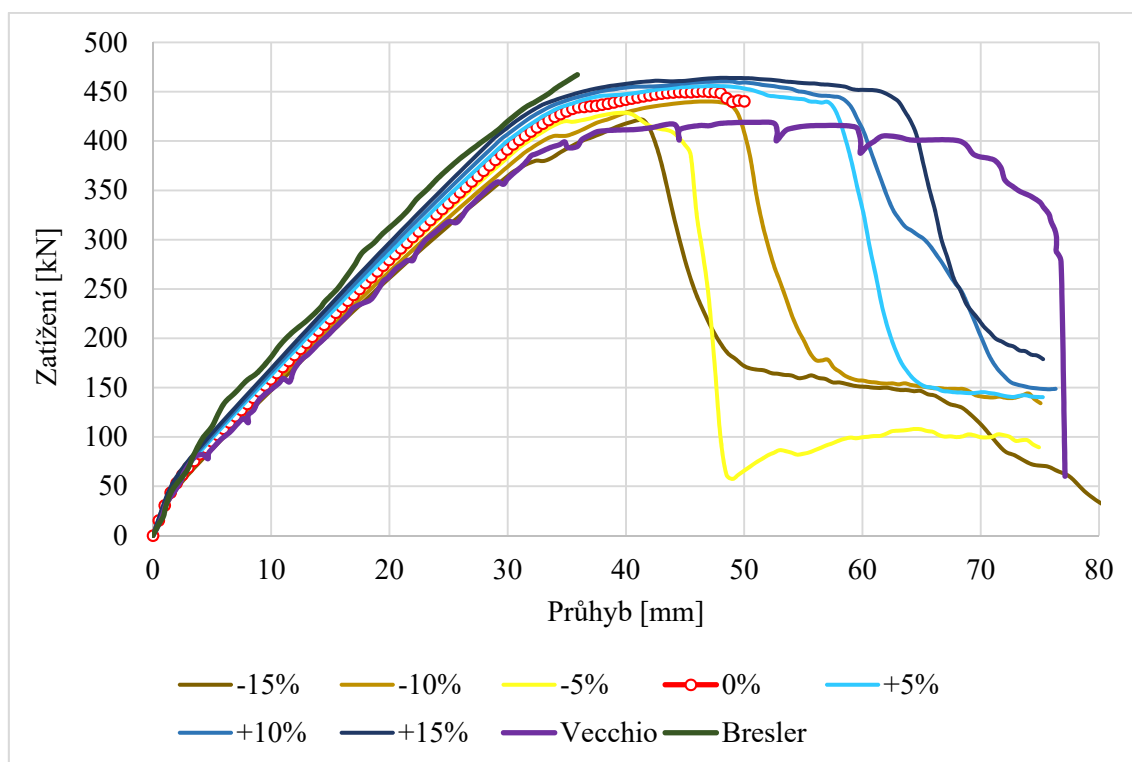
Obr. 6.33 Výsledné LD diagramy pro nosník OA2



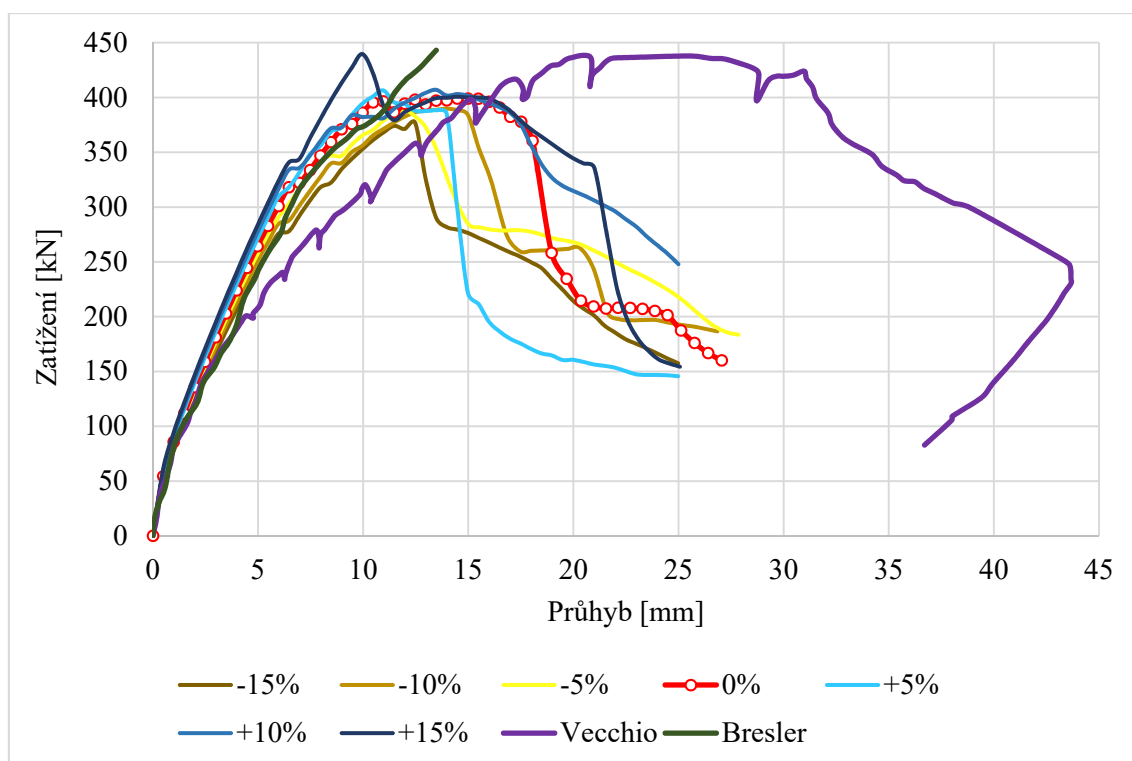
Obr. 6.34 Výsledné LD diagramy pro nosník OA3



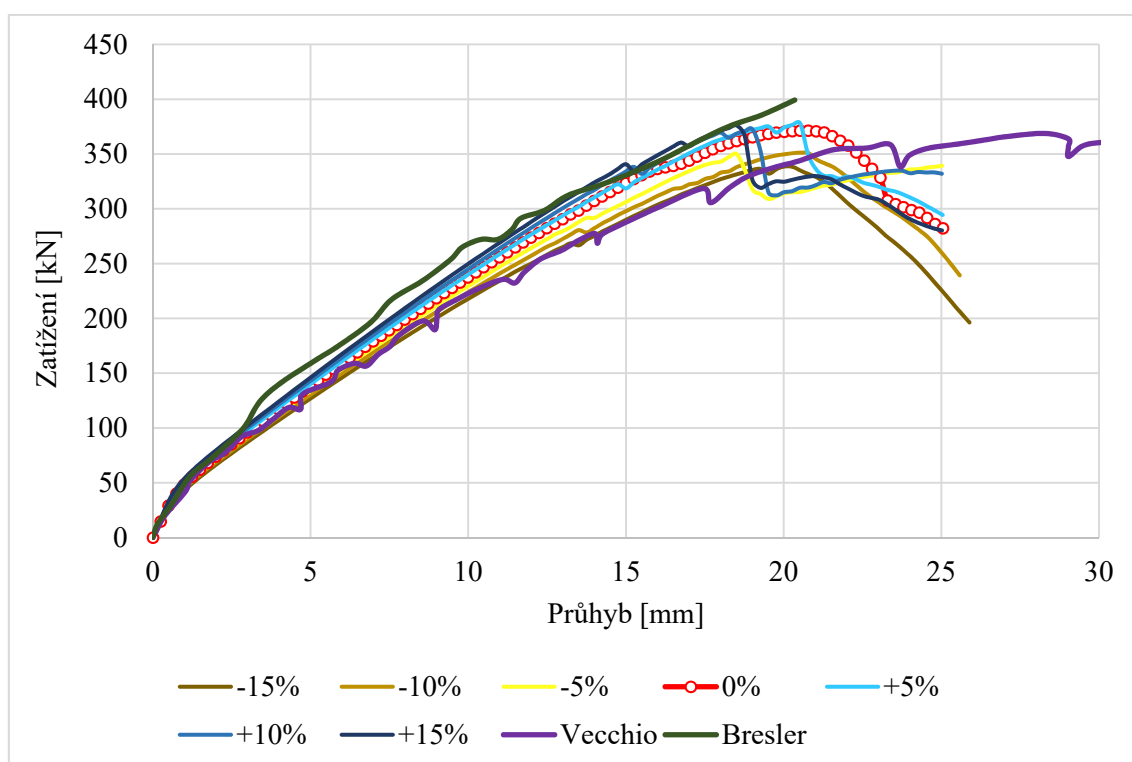
Obr. 6.35 Výsledné LD diagramy pro nosník A1



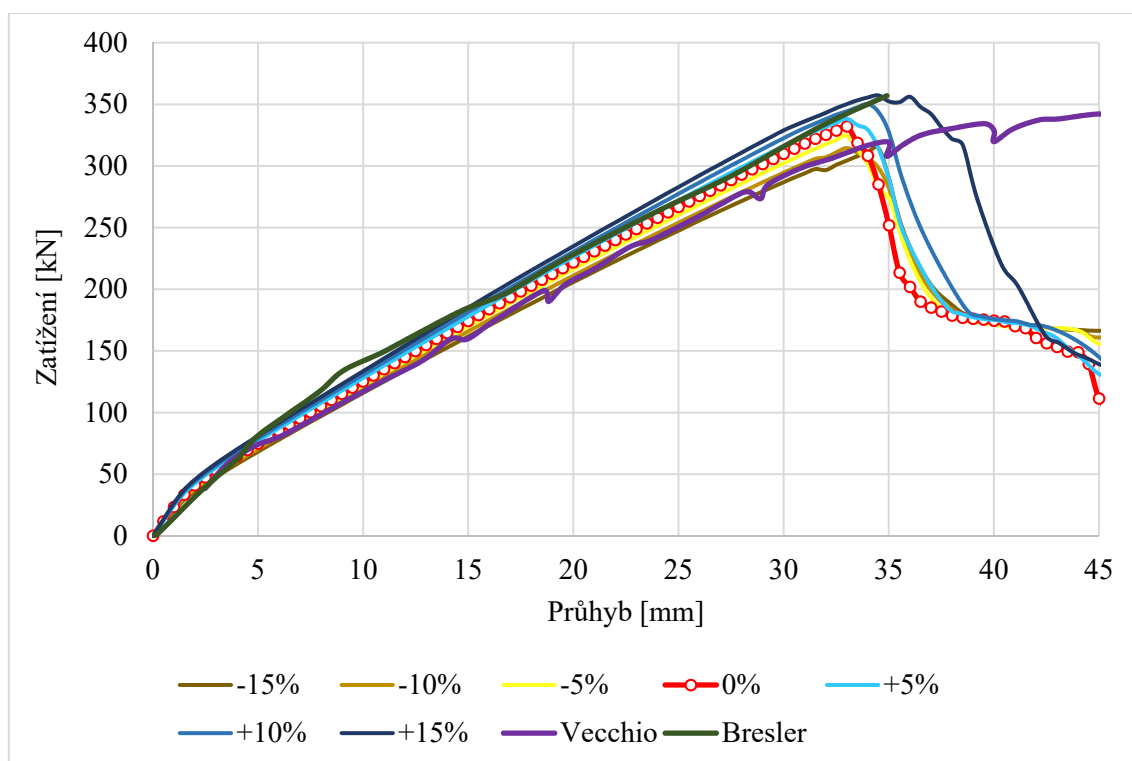
Obr. 6.36 Výsledné LD diagramy pro nosník A3



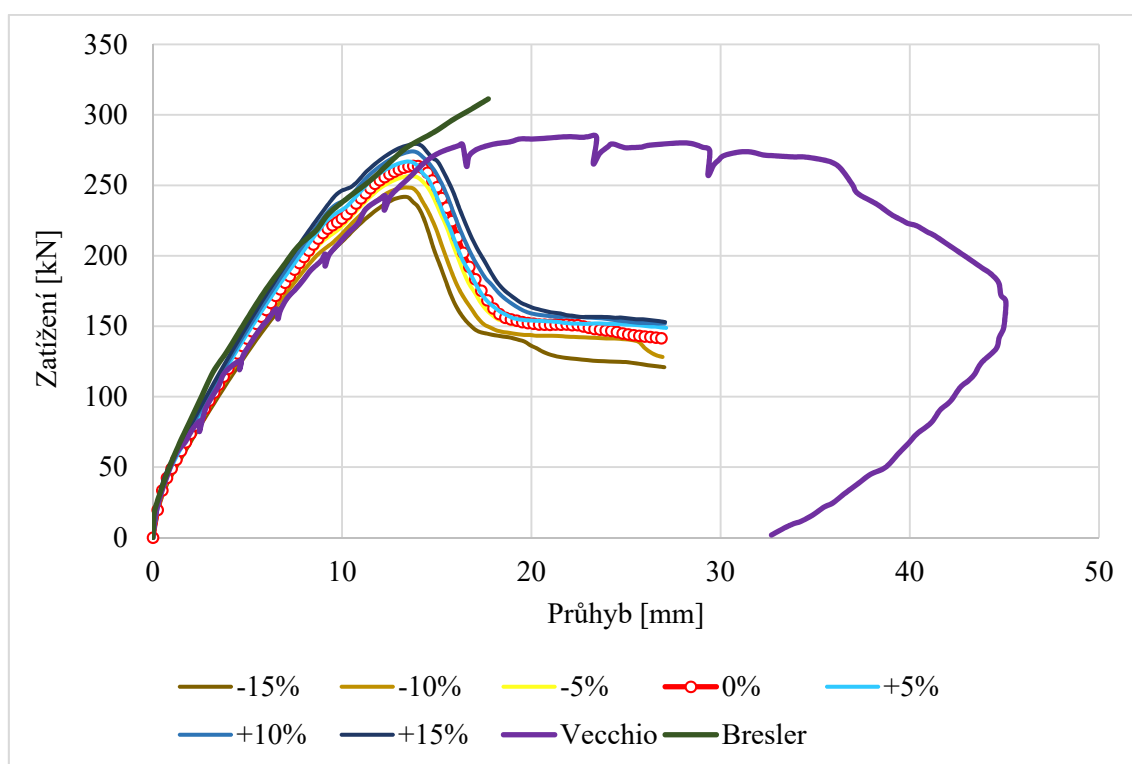
Obr. 6.37 Výsledné LD diagramy pro nosník B1



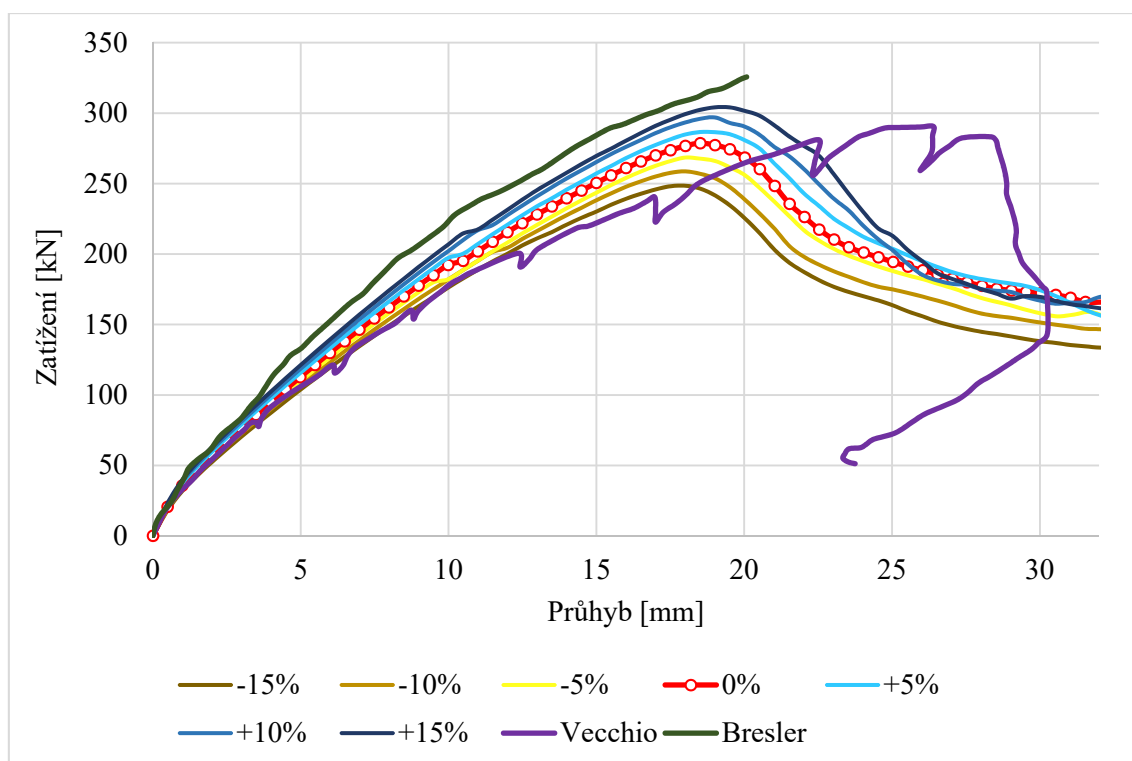
Obr. 6.38 Výsledné LD diagramy pro nosník B2



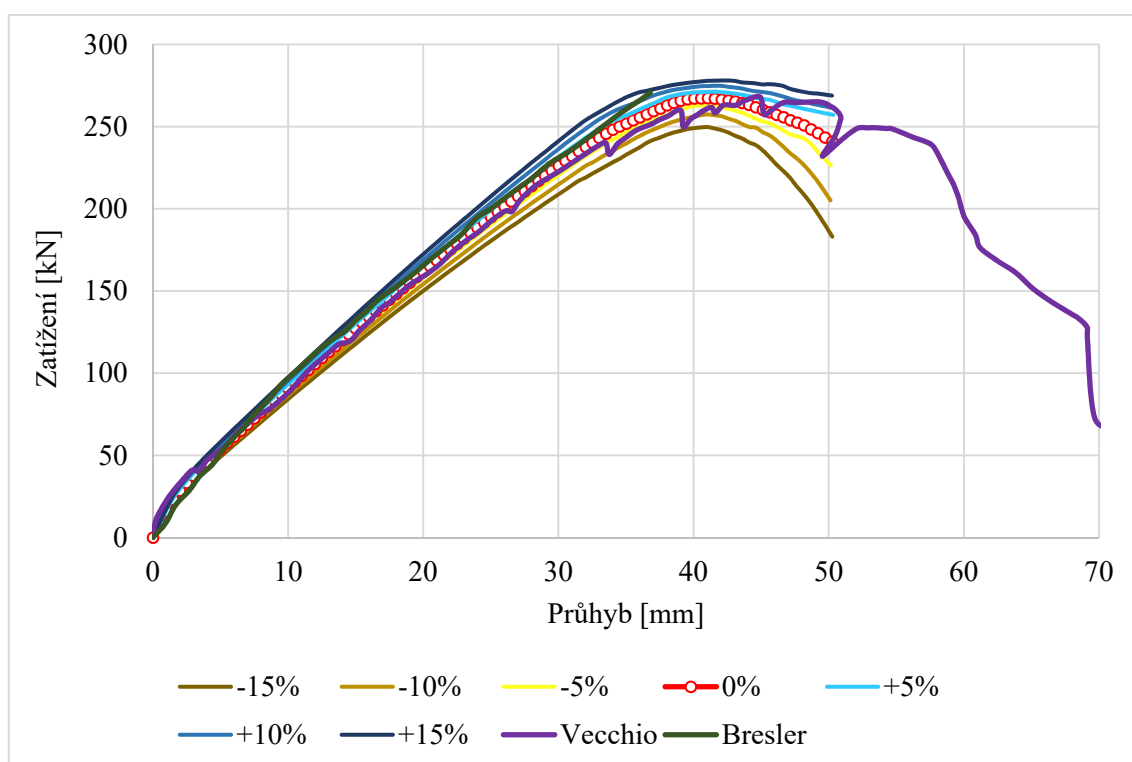
Obr. 6.39 Výsledné LD diagramy pro nosník B3



Obr. 6.40 Výsledné LD diagramy pro nosník C1



Obr. 6.41 Výsledné LD diagramy pro nosník C2



Obr. 6.42 Výsledné LD diagramy pro nosník C3

		Maximální zatížení [kN]			Srovnání s 0 % [%]		
OZN	OZN	1	2	3	1	2	3
	Varianta						
OA	Exp.	330,90	321,00	386,47	8,5%	0,7%	6,1%
	-15 %	309,52	283,09	370,66	14,4%	12,4%	9,9%
	-10 %	323,17	297,85	383,06	10,7%	7,8%	6,9%
	-5 %	344,50	313,91	390,59	4,8%	2,9%	5,1%
	0 %	361,73	323,17	411,48	0,0%	0,0%	0,0%
	+5 %	380,59	334,97	436,39	5,2%	3,7%	6,1%
	+10 %	394,90	342,74	446,39	9,2%	6,1%	8,5%
	+15 %	424,86	362,98	456,34	17,5%	12,3%	10,9%
A	Exp.	462,37	443,82	418,95	4,7%	0,9%	7,0%
	-15 %	425,48	420,52	421,27	12,3%	6,1%	6,5%
	-10 %	444,49	432,88	440,09	8,4%	3,4%	2,3%
	-5 %	432,94	439,54	428,66	10,8%	1,9%	4,8%
	0 %	485,14	447,96	450,43	0,0%	0,0%	0,0%
	+5 %	460,50	443,60	455,94	5,1%	-1,0%	1,2%
	+10 %	465,09	504,64	460,49	4,1%	12,7%	2,2%
	+15 %	468,72	511,00	464,08	3,4%	14,1%	3,0%
B	Exp.	437,85	368,78	343,56	-9,7%	0,7%	-3,5%
	-15 %	376,91	338,65	314,39	5,5%	8,8%	5,3%
	-10 %	389,78	351,21	314,54	2,3%	5,4%	5,3%
	-5 %	388,69	349,79	324,58	2,6%	5,8%	2,2%
	0 %	399,00	371,44	332,05	0,0%	0,0%	0,0%
	+5 %	406,45	377,99	338,26	1,9%	1,8%	1,9%
	+10 %	407,04	372,55	350,22	2,0%	0,3%	5,5%
	+15 %	439,64	376,03	357,25	10,2%	1,2%	7,6%
C	Exp.	284,50	290,53	268,03	-7,8%	-4,2%	-0,3%
	-15 %	241,79	248,49	249,69	8,4%	10,8%	6,6%
	-10 %	248,41	258,69	257,42	5,9%	7,2%	3,7%
	-5 %	256,50	268,50	263,01	2,8%	3,7%	1,6%
	0 %	263,92	278,71	267,34	0,0%	0,0%	0,0%
	+5 %	266,93	286,58	271,26	1,1%	2,8%	1,5%
	+10 %	274,10	296,98	274,83	3,9%	6,6%	2,8%
	+15 %	279,38	304,11	278,08	5,9%	9,1%	4,0%

Tab. 6.17 Výsledné únosnosti včetně srovnání, pro jednotlivé varianty vstupních veličin

6.6 Vylehčené nosníky

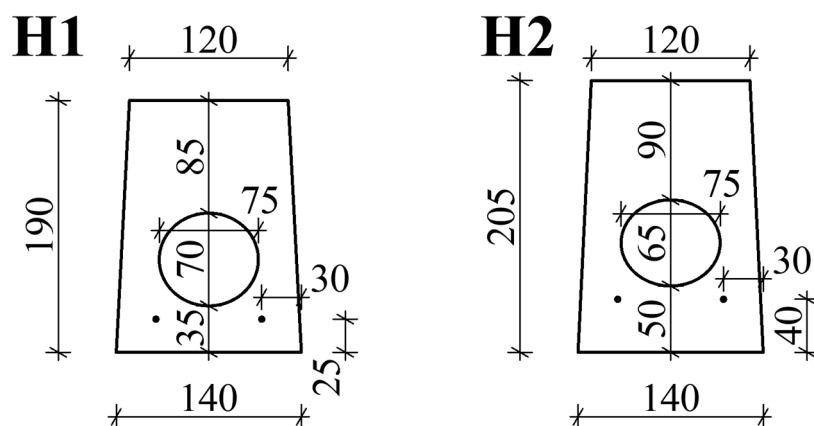
6.6.1 Popis experimentu

Jedná se o železobetonové nosníky, které byly experimentálně testovány v Laboratoři stavebních hmot na Fakultě stavební VŠB-TU Ostrava. Při experimentu byl zaznamenán průběh zatěžování a průhyb uprostřed rozpětí, viz obr. 6.43. Výsledkem měření jsou zatěžovací diagramy. Testovány byly dva nosníky, které se navzájem liší především svojí výškou a betonářskou výztuží. Nosník s označením H1 má výšku 190 mm a nosník H2 je vysoký 205 mm. Dutina je průběžná přes celou délku nosníku, tvar dutiny je zploštělý kruh. Oba nosníky jsou dlouhé 1190 mm. Podrobně je geometrie průřezů obou nosníků zobrazena na obr. 6.44.

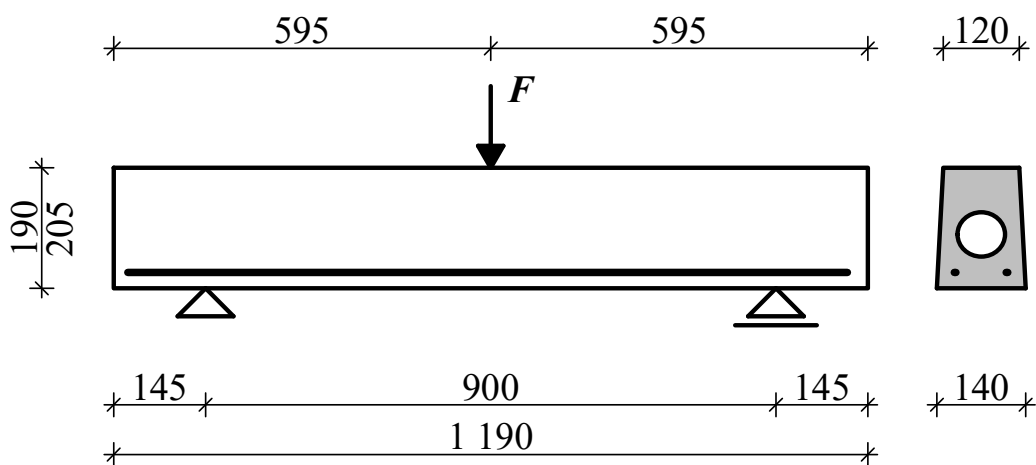


Obr. 6.43 Fotografie z laboratorní zkoušky

Oba nosníky jsou vyrobeny z betonu třídy C30/37, vyztuženy betonářskou výztuží B500B při dolním povrchu a rozptýlenou výztuží v podobě ocelových drátků. U obou nosníků byla dodatečně určena mez kluzu a změřena mez pevnosti výztuže. Nosník H1 byl vyztužen pruty o průměru 6 mm s mezí kluzu 550 MPa a pevnosti 765 MPa, výztuž v nosníku H2 byla průměru 5 mm a byla změřena mez kluzu 560 MPa a pevnost 793 MPa. Pevnosti výztuže byly změřeny tahovou zkouškou. Tlaková pevnost betonu byla ověřena pomocí Schmidtova kladívka. Vylehčené nosníky jsou doplňkově vyztuženy drátky typu Dramix RC 65/35. Drátky slouží jako náhrada smykové výztuže. Množství drátků je do 30 kg/m³. U použitých nosníků má typizovaný řez 80 až 100 drátků.



Obr. 6.44 Průřezy nosníků



Obr. 6.45 Schéma průběhu zkoušky

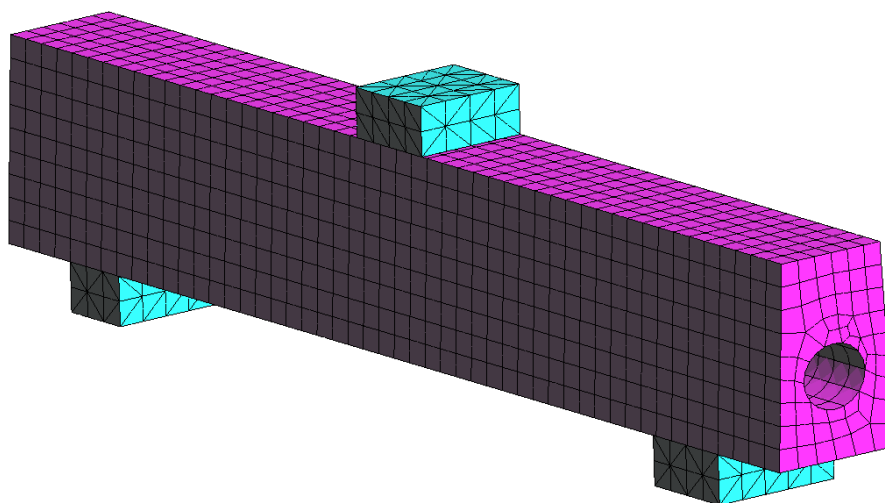
Další potřebné vlastnosti betonu byly dopočteny pomocí doporučení modelu AT. Jelikož lze uvažovat parametry buď ve středních, nebo charakteristických hodnotách, byly provedeny výpočty pro více variant, viz hodnoty v tab. 6.18. Hodnoty lomové energie byly zvoleny ve více variantách s ohledem na to, že jsou nosníky z drátkobetonu.

	Model AT střední hodnoty	Model AT char. hodnoty
E_c [MPa]	32 000	
ν [-]	0,20	
F_c [MPa]	38,0	30,0
F_t [MPa]	2,9	2,0
G_f [N/m]	72,5	50
	100	100
	145	145

Tab. 6.18 Vlastnosti betonu pro výpočty

6.6.2 Popis modelu

Prostorový model nosníků byl vytvořen z krychelných prvků o straně přibližně 25 mm, viz ukázka sítě konečných prvků nosníku H2 na obr. 6.46. Tvar konečných prvků se někdy odchýlil od tvaru krychle z důvodu otvoru, který probíhá průřezem nosníku. Výztuž byla vymodelována pomocí prutových prvků a byl použit bilineární pružnoplastický materiál. Pro beton byl použit materiálový model 3D Non Linear Cementitious 2 [12]. Na ocelové podložky byl použit lineárně pružnoplastický materiál o modulu pružnosti $E = 200$ GPa, s konečnými prvky nosníku byly spojeny pevným kontaktem. Ocelové podložky slouží k eliminaci lokálních účinků vzniklých od zatížení a reakcí.



Obr. 6.46 Sít' konečných prvků nosníku H2

6.6.3 Výsledky

Cílem výpočtu bylo vytvořit vhodný model dle provedeného experimentu a vzájemně srovnat dosažené výsledky pomocí zatěžovacích diagramů. Zatěžovací diagramy pro oba nosníky jsou uvedeny na obr. 6.47 až obr. 6.50. Srovnání dosažených únosností jednotlivých nosníků při experimentech a výpočtech jsou uvedeny v tab. 6.19 a tab. 6.20. Ze vzájemného srovnání křivek a dosažené únosnosti u nosníku H1 lze konstatovat, že výpočetní model dostatečně vystihl výsledky experimentu. Na obr. 6.51 je zobrazen průběh trhlin ve 43. výpočetním kroku, kdy bylo dosaženo deformace 2,17 mm a zatížení 29,11 kN, z obrázku lze vyčíst, že ke kolapsu nosníku došlo z důvodu rozšíření ohybové trhliny k hornímu povrchu nosníku. Stejným způsobem došlo ke kolapsu při experimentu. U druhého nosníku H2 se charakter průběhu zatěžovacího diagramu výpočtu mírně odlišuje od experimentu, ale bylo dosaženo téměř shodné únosnosti.

Nelepší schody u nosníku H1 bylo dosaženo pro variantu středních hodnot betonu při hodnotě lomové energie $G_F = 100$ N/m. U nosníku H2 byla největší shoda nelezena

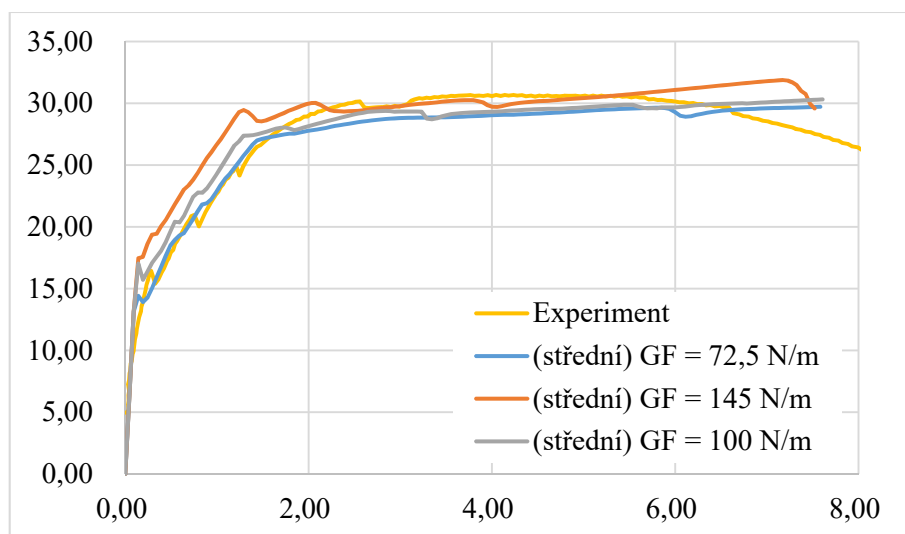
také při použití střeňích hodnot betonu, ale v kombinaci s hodnotou lomové energie $G_F = 145 \text{ N/m}$. Na obrázcích obr. 6.51 a obr. 6.52, lze vzájemně porovnat trhliny vzniklé při maximálním zatížení.

Varianta	Maximální zatížení nosníku		
	$P_{u,exp} \text{ [kN]}$	$P_{u,vypocet} \text{ [kN]}$	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$
střed. 72,5	30,68	29,72	1,03
střed. 100		30,31	1,01
střed. 145		31,88	0,96
char. 50		28,73	1,07
char. 100		30,48	1,01

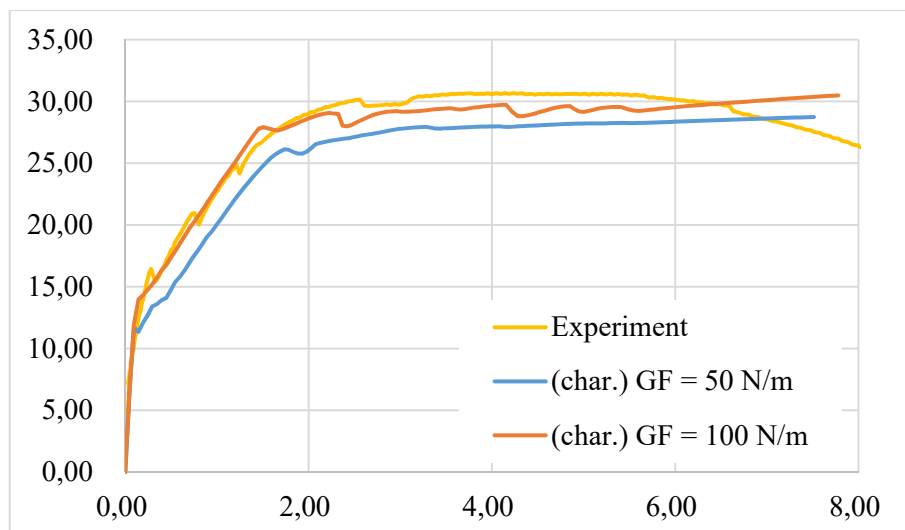
Tab. 6.19 Výsledné únosnosti včetně srovnání, pro nosník H1

Varianta	Maximální zatížení nosníku		
	$P_{u,exp} \text{ [kN]}$	$P_{u,vypocet} \text{ [kN]}$	$\frac{P_{u,exp}}{P_{u,vypocet}}$
střed. 72,5	23,95	22,83	1,05
střed. 145		23,84	1,00
char. 50		21,55	1,11
char. 100		22,85	1,05
char. 145		23,66	1,01

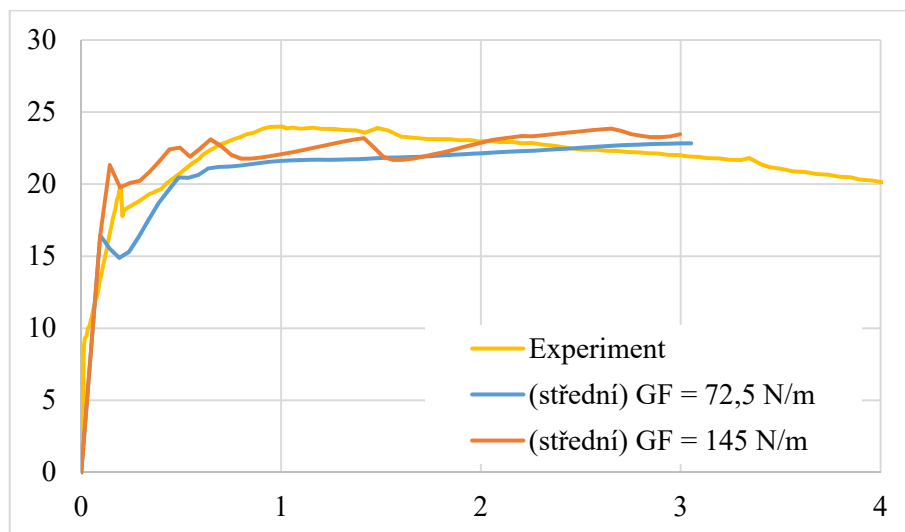
Tab. 6.20 Výsledné únosnosti včetně srovnání, pro nosník H2



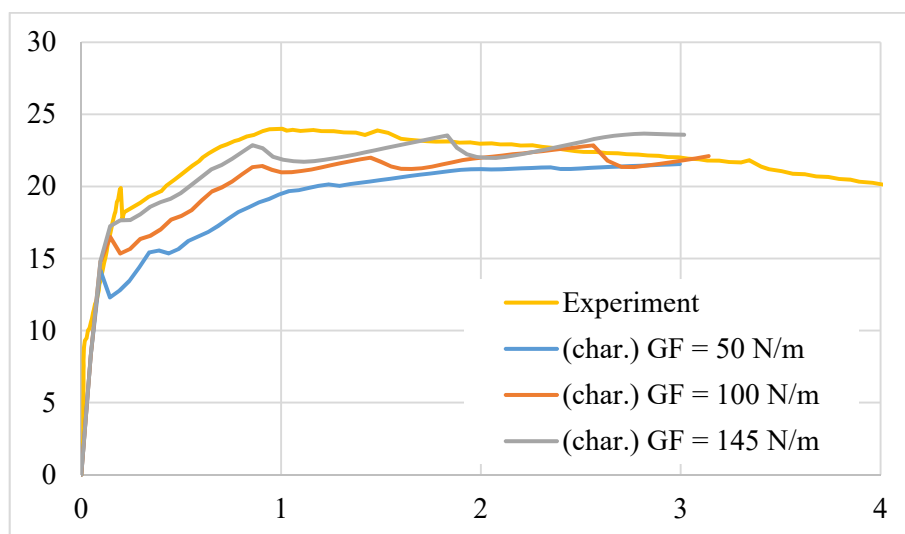
Obr. 6.47 Zatěžovací diagramy nosníků H1, výpočet pro střední hodnoty



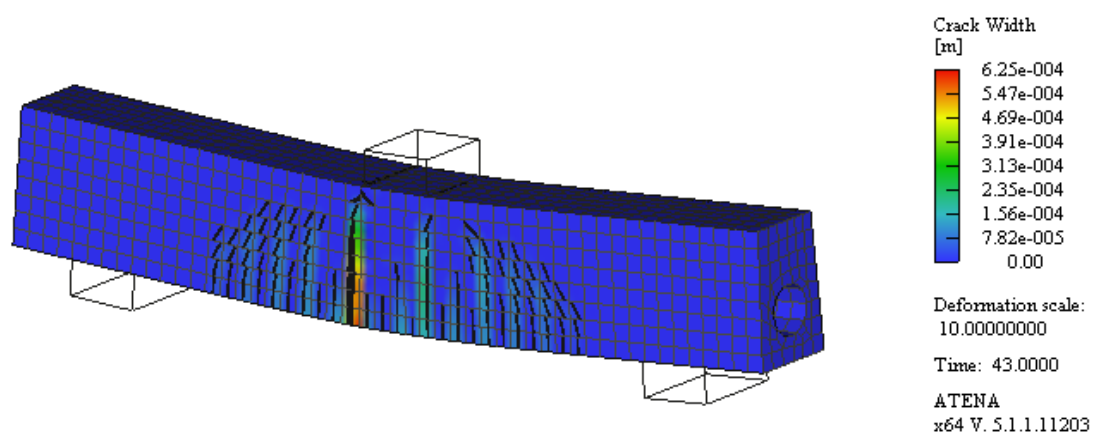
Obr. 6.48 Zatěžovací diagramy nosníků H1, výpočet pro charakteristické hodnoty



Obr. 6.49 Zatěžovací diagramy nosníků H2, výpočet pro střední hodnoty



Obr. 6.50 Zatěžovací diagramy nosníků H2, výpočet pro charakteristické hodnoty



Obr. 6.51 Vykreslení trhlin na nosníku H1 při 43. kroku výpočtu



Obr. 6.52 Fotografie vzniklé trhliny na nosníku H1

7 Závěr

Obsahovou náplní diplomové práce je zpracování nelineárních analýz betonových konstrukcí s využitím pokročilých výpočetních modelů a konstitutivních modelů betonu. K modelování vybraných betonových konstrukcí jsou využity především prostorové a rovinné výpočetní modely. Zvolené betonové konstrukce jsou typické prvky nosných soustav. Vybrané konstrukce jsou nosník, stěnový prvek a deska. Konstrukce jsou vybrány s ohledem, na to aby zahrnovaly co nejvíce typických variant konstrukčních řešení a způsobů vyztužování a aby nelineární analýzy poskytly co nejucelenější pohled na použitelnost zvolného konstitutivního modelu.

Podklady pro modelování betonových konstrukcí jsou převzaty z odborné literatury anebo z provedeného experimentu v Laboratoři stavebních hmot. Výpočty jsou založeny na použití konstitutivního modelu Fracture – plastic model, konkrétně 3D Non Linear Cementitious 2. Nelineární analýzy betonových konstrukcí jsou náročné na množství vstupních informací o betonu, které nejsou často dostupné. Jedná se typicky o pevnost betonu v tahu nebo lomovou energii. S těchto důvodů analýzy zahrnují variantní řešení výpočtu založené na datech s experimentu a doporučení. Využilo se především doporučení Model Code 2010 a článku z odborné literatury.

Nelineární analýzy poskytly velice dobrou představu o chování betonových konstrukcí během zatěžování. Bližším rozбором zatěžovacích diagramů je možné rozlišit typické fáze zatěžování betonových konstrukcí, mezi které patří lineární oblast zatěžování, oblast rozvoje trhlin, drcení betonu nebo přetržení výztuže. Vzniklé rozdíly mezi numerickým výpočtem a experimentem mohou být způsobeny nejistotami ve vstupních datech a aproximací specifických parametrů betonu. Ve většině případů je nutné alespoň jeden parametr určit z doporučení. Velmi dobré shody bylo docíleno především u výpočtu celkové únosnosti a vzestupné větve zatěžovacího diagramu. Výpočet deformací je citlivější na vstupní parametry. Omezenější vypovídací hodnota zatěžovacích diagramů je v případech sestupné větve. V těchto případech je nutným předpokladem také správné provedení experimentu a provedení doplňkových zkoušek vlastností betonu a výztuže. Citlivost u výpočtu sestupné větve zatěžovacího diagramu je velká. Dochází totiž k výrazné změně struktury betonu a záleží tím více na bližších znalostech o betonu. Obě zvolené doporučení pro aproximaci specifických parametrů jsou použitelné. Zejména pak pro vzestupnou větev zatěžovacího diagramu. Mírně vhodnější bylo u modelovaných příkladů použití parametrů z Model Code 2010. Doplňkově nelineární analýzy zahrnují srovnání různých způsobu zatěžování.

Z provedených nelineárních analýz vyplynulo, že u tvorby výpočetních modelů je nutné zejména věnovat pozornost správnému modelování okrajových podmínek, podpor

a míst, kde působí zatížení. Nevhodná volba okrajových podmínek může velmi výrazně zkreslit skutečné chování konstrukce. Zejména v případě modelování kontaktních ploch. Při modelování betonových konstrukcí je také vhodné rozlišit měřítko modelované konstrukce a materiálu, pro zvolený typ je vhodná typická velikost konečného prvku jako 1,5 až 3 násobek průměru kameniva, tedy 25 až 75 mm. V případě použití krychlených konečných prvků je vhodné tento tvar dodržet.

Velikost zatěžovacího kroku při silovém zatížení je vhodné volit v rozmezí $1/20$ až $1/30$ hodnoty maximální únosnosti konstrukce. Při deformačním zatížení je vhodné, aby přírůstek deformace vyvolal také přibližně $1/20$ až $1/30$ maximální únosnosti konstrukce. Vhodný počet iterací u metody Newton-Raphson pro modelované konstrukce je 30 až 60. Počet je ovšem závislý na volbě velikosti zatěžovacího kroku. V případě výpočtu sestupné větve je potřebné nastavit větší počet iterací.

Hlavní nosnou výztuž je vhodné modelovat diskretním modelem výztuže. Rozdělovací a další pomocnou výztuž je možné modelovat modelem rozptýlené výztuže, za předpokladu, že jsou dodrženy konstrukční zásady vyztužování.

Pro aproximaci chybějící vstupních parametrů betonu je vhodnější využití parametrů z Model Code 2010. V případech modelování stávajících konstrukcí nebo již provedených experimentů v minulosti je vhodnější zvážit použití doporučených hodnot modelu AT. A to především z důvodu, že doporučené hodnoty z Model Code 2010 odrážejí mimo jiné současné způsoby návrhu betonových směsí a technologií zpracování betonu.

Použití prostorových modelů je vhodné zejména v případech složitější geometrie, kdy zjednodušení výpočetního modelu na rovinnou úlohu nebo prutový model může zkreslit skutečné chování. Typicky se jedná například o vylehčený nosník s dutinou. Mezi výhody prostorových modelů patří, že umožňují bližší pohled na průběh porušování prvku po jeho tloušťce.

V rámci této práce je také vypracována aplikace v programu Matlab, která slouží pro návrh a posudek výztuže železobetonových stěn. Návrh a posudek výztuže je založen na metodě posudku při obecném stavu napjatosti stěny. U této metody lze využít lineární analýzu stěnových konstrukcí pomocí metody konečných prvků. Dále je aplikace určena pro určení zatížení při vzniku trhlin. Pro zohlednění rozdílných vlastností betonu v tlaku a tahu je využita podmínka porušení definovaná v doporučení Model Code 1990.

Literatura

- [1] ANSYS. Dostupný z WWW: <<http://www.ansys.com>>.
- [2] BARZEGAR, Fariborz. Layering of RC Membrane and Plate Elements in Nonlinear Analysis. *Journal of Structural Engineering*, vol. 114, issue 11. 1988, 2474-2492.
- [3] BAŽANT, Zdeněk P. a PLANAS, Jaime. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. Boca Raton : CRC Press, 1998.
- [4] BITTNAR, Zdenek a ŠEJNOHA, Jiří. *Numerické metody mechaniky 1*. Praha : ČVUT, 1992.
- [5] BITTNAR, Zdeněk a ŠEJNOHA, Jiří. *Numerické metody mechaniky 2*. Praha : ČVUT, 1992.
- [6] BROŽOVSKÝ, Jiří a MATERNA, Alois. *Základy matematické teorie pružnosti*. Ostrava : VŠB-TU Ostrava, 2012.
- [7] CEB - FIB. *Model Code 2010: Design Code*. Ernst & Sohn, 2013. ISBN: 978-3-433-03061-5.
- [8] CEB - FIP. *Model Code 1990: Design Code*. Comite Euro-International du Beton, Thomas Telford, 1993. ISBN: 978-0727716965.
- [9] ČERVENKA, Vladimír. Constitutive Model for Cracked Reinforced Concrete. *Journal Proceedings*, 82, 6. 1985, 877-882.
- [10] ČERVENKA, Vladimír a další. *ATENA Program Documentation - Part 8: User's Manual for ATENA-GiD Interface*. Praha : Červenka Consulting, 2014.
- [11] ČERVENKA, Vladimír, ELIGEHAUSEN, Rolf a PUKL, Radomír. SBETA-Computer Program for Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures.
- [12] ČERVENKA, Vladimír, JENDELE, Libor a ČERVENKA, Jan. *ATENA Program Documentation - Theory*. Praha : Červenka Consulting, 2015.
- [13] ČERVENKA, Jan a PAPANIKOLAOU, Vassilis K. Three dimensional combined fracture-plastic material model for concrete. *International Journal of Plasticity*, vol. 24, issue 12. 2008, 2192-2220.
- [14] ČSN EN 1991-1-1. *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 1-1: Obecná zatížení - Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb*. Český normalizační institut, Praha, 2004.
- [15] ČSN EN 1992-1-1. *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Český normalizační institut, Praha, 2011.

- [16] HARVAN, Ivan. *Železobetónové nosné sústavy: navrhovanie podľa európskych noriem*. Bratislava : Nakladateľstvo STU, 2009.
- [17] CHEN, Wai-Fah. *Plasticity in Reinforced Concrete*. New York : J. Ross Publishing Classics, 2007.
- [18] ISO 2394 *General principles on reliability for structures*. ISO. 1998.
- [19] JCSS. *JCSS Probabilistic Model Code*. Zurich : Joint Committee on Structural Safety, 2015.
- [20] KOLÁŘ, Vladimír. *Metoda konečných prvků*. Praha : SNTL, 1971.
- [21] *Matlab*. Dostupné z WWW: <<http://www.mathworks.com/>>.
- [22] NIEDERBERGER, Ivo a THOMA, Karel. *Platten an netzbewehrten Platten: Versuchsbericht*. Hochschule Luzern - Technik & Architektur, Horw, 2010.
- [23] RAVINGER, Ján. *Programy: statika, stabilita a dynamika stavebných konštrukcií*. Bratislava : Alfa, 1990.
- [24] RAVINGER, Ján a KOLEKOVÁ, Yvonna. *Pružnosť II*. V Bratislave : Slovenská technická univerzita, 2002.
- [25] ROMBACH, Günter. *Anwendung der Finite-Elemente-Methode im Betonbau Fehlerquellen und ihre Vermeidung*. Berlin : Ernst Sohn, 2007.
- [26] SANKARASUBRAMANIAN, G. a RAJASEKARAN, S. Constitutive modeling of concrete using a new failure criterion. *Computers & Structures*, vol. 58, issue 5. 1996, 1003-1014.
- [27] SUCHARDA, Oldřich a BROŽOVSKÝ, Jiří. Modely betonářské výztuže pro konečněprvkovou analýzu konstrukcí. *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava: Řada stavební*, XI, 2. Ostrava, 2011, 249-258.
- [28] SUCHARDA, Oldřich a BROŽOVSKÝ, Jiří. Vyhodnocení porušení a plasticity betonu u rovinných úloh. *Konstrukce*. Květen 2012, roč. 11, č. 3, str. 9-12. ISSN 1213-8762.
- [29] THOMA, Karel, ROOS, Patrick a BORKOWSKI, Gregor. Finite Elemente Analyse von Stahlbetonplatten. *Beton- und Stahlbetonbau*, 109, 12. 2014, 895-904.
- [30] VECCHIO, F. J. a SHIM, W. Experimental and Analytical Reexamination of Classic Concrete Beam Tests. *Journal of Structural Engineering*, vol. 130, issue 3. 2004, 460-469.
- [31] ZIENKIEWICZ, O. C. *The finite element method in engineering science*. London : McGraw-Hill, 1971.

Publikace autora

- [32] VAŠEK Jakub, Oldřich SUCHARDA a Jan KUBOŠEK, The Elastic-Plastic Calculation of Structural Details in Rolled Beams, in J. Kruis, Y. Tsompanakis, B.H.V. Topping, (Editors), *Proceedings of the Fifteenth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*, Civil-Comp Press, Stirlingshire, UK, Paper 38, 2015. doi:10.4203/ccp.108.38, ISSN 1759-3433.
- [33] SUCHARDA Oldřich, Jakub VAŠEK a Jan KUBOŠEK. Elastic-plastic calculation of a steel beam by the finite element method. *International Journal of Mechanics*. 2015, 9: 228-235.
- [34] SUCHARDA Oldřich, Petr KONEČNY, Jan KUBOŠEK, Tomasz PONIKIEWSKI a Petra DONÉ. Finite Element Modelling and Identification of the Material Properties of Fibre Concrete. In: *Procedia Engineering*. 2015, 109, s. 234-239.
- [35] KUBOŠEK Jan a Monika KUBZOVÁ. Návrh ocelových hal nástrojem Ecobuild a parametrická studie únosnosti příčného pole. In: *XVI. Ročník fakultního kola SVOČ: Sborník studentských prací 2015*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2015.
- [36] SUCHARDA Oldřich a Jan KUBOŠEK. Comparison of numerical methods for calculation of thin slabs. In *Advanced Materials Research. Volume 969*. Uetikon-Zuerich : Trans Tech Publications, 2014, s. 73-77.
- [37] SUCHARDA Oldřich a Jan KUBOŠEK. Numerical analysing the slabs by means of the finite difference method and the finite element method. *International Journal of Mechanics*, 2014, roč. 8, č. 1, s. 167-175.
- [38] KUBOŠEK Jan. Použití numerických metod pro výpočet desek a stěn. In: *XV. Ročník fakultního kola SVOČ: Sborník studentských prací 2014*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2014.
- [39] SUCHARDA Oldřich a Jan KUBOŠEK. Using Numerical Methods for Calculation of Thin Slabs. In *Structural and Physical Aspects of Civil Engineering : 2nd international conference : conference proceedings : November 27-29, 2013, High Tatras, Štrbské Pleso, SR*. Košice : Technická univerzita Košice, 2013, s. 1-8. ISBN 978-80-553-1488-4
- [40] SUCHARDA Oldřich a Jan KUBOŠEK. Analysing the Slabs by Means of the Finite Difference Method. In *Proceeding of the international conferences : AMATH'13, DIMACOG'13, CSECS'13, IPPR'13, REMOTE'13, COSTMA'13, USCUDAR'13 : Budapest, Hungary, December 10-12, 2013*. [Maďarsko] : WSEAS Press, 2013, s. 268-274.
- [41] KUBOŠEK Jan a Oldřich SUCHARDA. Analýza tenkých desek metodou sítí a výpočetní náročnost úlohy. In *11th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings: conference proceedings*: October 3-4, 2013, Bratislava. Bratislava: Slovak University of Technology, 2013, s. 123-126. ISBN 978-80-227-4040-1.
- [42] KUBOŠEK Jan. Řešení tenkých desek metodou sítí v programu Matlab. In: *XIV. Ročník fakultního kola SVOČ: Sborník studentských prací 2013*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2013. ISBN: 978-80-248-2979-1

Poděkování

Rád bych poděkoval Ing. Bc. Oldřichu Suchardovi, Ph.D. za cenné rady, věcné připomínky, čas, který mi věnoval při konzultacích a trpělivost při zpracování mé diplomové práce. Dále bych také rád chtěl poděkovat Dr.h.c. prof. Ing. Jánů Ravingerovi, DrSc. za poskytnuté konzultace.

Práce je řešena v rámci projektu SP2015/94 Studentské grantové soutěže (SGS) VŠB-TU Ostrava, jejímž cílem je zvýšit a podpořit vědecko-výzkumné aktivity studentů doktorských a magisterských studijních programů ve spolupráci s akademickými pracovníky.

Přílohy

Z důvodu velkého rozsahu zdrojového kódu vytvořené aplikace je kód dostupný pouze z elektronické přílohy a není publikován v textové části diplomové práce. Přílohu tvoří archiv obsahující veškerý zdrojový kód aplikace. Zdrojový kód je přehledně organizován do relativně krátkých skriptů.

Archiv obsahuje složku Wall, ve které jsou umístěny další dva adresáře. Adresář s názvem *nonlinear* obsahuje skripty sloužící pro výpočet nelineární analýzy betonové stěny. Druhý adresář s označením *wall* obsahuje skripty pro návrh a posudek železobetonové stěny.

Aplikace byla vytvořena a otestována v programu Matlab 2015a, v jiné verzi Matlabu nelze zaručit funkčnost aplikace a může dojít k chybám při jejím spuštění.